

*RW0601*  
*28.1.2020*

# **Grundlagen der Astronomie und Astrophysik**

## **Astronomische Methoden, Himmelsmechanik und das Sonnensystem**

### **(Astronomie 1)**

*Priv.-Doz. Dr. rer. nat. habil. Roland Waldi*

*Universität Rostock*

## Inhalt

<b>Vorwort</b>	1
1. <b>Einleitung</b>	2
1.1 Größenskalen im Universum	2
2. <b>Koordinaten</b>	3
2.1 Orientierung am Himmel: Sternbilder	3
2.2 Polarkoordinaten	4
2.2.1 Koordinatensysteme und Konversionen	5
2.2.2 Geokoordinaten	7
2.2.3 Horizontsystem	7
2.2.4 Äquatorsystem	8
2.2.5 Umrechnung	9
2.2.6 Ekliptikkordinaten	10
2.2.7 Galaktische Koordinaten	10
2.3 Erdbewegung, Zeit und Zeitmessung	10
2.3.1 Präzession	11
2.3.2 Nutation	11
2.3.3 Physikalische Zeit	12
2.3.4 Ephemeridenzeit und Terrestrische Zeit	13
2.3.5 Astronomische Zeit und UT1	14
2.3.6 Ortszeit und Zonenzeit	15
2.3.7 Kalender	16
2.3.8 Julianisches Datum	17
2.3.9 Jahr	18
2.3.10 Sternenbahnen am Himmel	19
2.3.11 Sternzeit	19
2.3.11.1 Berechnung der Sternzeit	20
2.3.12 Astrolabien	22
2.4 Sterne	22
2.4.1 Scheinbare und absolute Helligkeit	24
2.4.2 Spektralklassifikation und Hertzsprung-Russell-Diagramm	25
2.4.3 Sternpositionen	26
2.4.4 Eigenbewegung	27
2.4.5 Relativistischer Dopplereffekt	27
2.4.6 Equinox-Korrektur	29
2.4.6.1 Korrektur durch Nutation	30
2.4.7 Doppelsterne	30
2.4.8 Unsere Nachbarn	30
2.5 Andere Objekte außerhalb des Sonnensystems	31
3. <b>Astronomische Instrumente und Beobachtungsmethoden</b>	34
3.1 Materie: Meteoriten	34
3.2 Teilchen als Himmelsboten	34
3.3 Licht	34
3.3.1 Fernrohre	35
3.3.1.1 Abbildungsfehler	36
3.3.1.2 Okulare	36
3.3.2 Montierung	36
3.3.3 Auflösung	37
3.3.4 Interferometer	37
3.3.5 Helligkeit	37
3.3.6 Einfluss der Atmosphäre	38
3.3.7 Adaptive Optik	38
3.3.8 Ortsfehler: jährliche und tägliche Aberration	38
3.3.9 Spektrographen und Spektrometer	39
3.4 Radioteleskope	39

3.5	Kurzwellige Photonen	39
3.6	Observatorien im All	40
4.	<b>Himmelsmechanik</b>	41
4.1	Die Gravitationskonstante	42
4.2	Schwerpunkt und reduzierte Masse	42
4.3	Keplersche Bahnen	45
4.3.1	Allgemeine Bahnen	46
4.3.2	Die Bahnellipse	47
4.3.3	Die Hyperbelbahn	50
4.3.4	Drehimpuls	52
4.3.5	Lösung der Bewegungsgleichung	53
4.4	Lagrangepunkte	54
4.5	Mehrkörperproblem und Störungsrechnung	55
4.6	Periheldrehung	55
4.7	Bahnelemente	56
4.8	Die Erdbahn als Beispiel	57
4.8.1	Bahnradius	60
4.8.2	Berechnung der Äquatorialkoordinaten der Sonne und der Zeitgleichung	60
4.9	Heliozentrische Planetenpositionen	61
4.10	Geozentrische Planetenbahnen	62
4.10.1	Ephemeriden	63
5.	<b>Unser Sonnensystem</b>	64
5.1	Erde und Mond	64
5.1.1	Gezeiten	65
5.1.2	Libration	65
5.1.3	Finsternisse	65
5.1.4	Innerer Aufbau	66
5.1.5	Entstehung	66
5.1.6	Erdoberfläche	66
5.2	Die Planeten	66
5.2.1	Magnetfeld	68
5.2.2	Oberflächentemperaturen	68
5.2.3	Atmosphäre	69
5.2.4	Astrobiologie	70
5.2.5	Merkur	70
5.2.6	Venus	70
5.2.7	Mars	70
5.2.8	Jupiter	71
5.2.9	Saturn	73
5.2.10	Uranus	74
5.2.11	Neptun	74
5.3	Planetoiden	74
5.3.1	Pluto	76
5.3.2	Extrasolare Planetoiden	77
5.4	Kometen	77
5.4.1	Aufbau	78
5.5	Interplanetare Materie und Zodiakallicht	78
5.6	Meteoriten	79
5.6.1	Zusammensetzung	79
5.7	Sonne	79
5.7.1	Aufbau	80
5.7.2	Sonnenatmosphäre	80
5.7.3	Magnetfeld und Sonnenflecken	80
5.7.4	Sonnenwind, interplanetare Magnetfelder, Polarlichter	80
5.8	Exoplaneten	81
6.	<b>Astronomische Entfernungsmessungen</b>	82

---

6.1	Radar-Echo-Messungen . . . . .	82
6.2	Parallaxe . . . . .	82
6.2.1	Jahresparallaxe . . . . .	82
6.2.2	Sternstromparallaxe . . . . .	83
6.3	Photometrische Methoden . . . . .	83
6.3.1	Hauptreihensterne . . . . .	83
6.3.2	Cepheiden . . . . .	84
6.3.3	Supernovae vom Typ Ia . . . . .	84
6.3.4	Tully-Fisher-Relation . . . . .	84
6.4	Hubble-Expansion und Rotverschiebung . . . . .	84
	<b>Literatur</b> . . . . .	86
	<b>Anhang A: Einheiten und Naturkonstanten</b> . . . . .	87
A.1	Winkelmaße . . . . .	87
	<b>Stichwortverzeichnis</b> . . . . .	89
	<b>Verwendete Symbole</b> . . . . .	91

# Vorwort

Die Vorlesung *Grundlagen der Astronomie und Astrophysik (Astronomie 1)* ist eine Einführung in die Astronomie. Astrophysikalische Themen gibt es wenige, selbst die Newtonsche Gravitation zur Beschreibung der Planetenbewegung wird oft der Astronomie zugeordnet. Ausgesprochen astrophysikalische Themen findet man dagegen in der Vorlesung *Astronomie und Astrophysik: Sterne, Galaxien, Universum (Astronomie 2)*.

Grundkenntnisse in Physik sind nützlich, wie Mechanik (Newtonsche Axiome und das Gravitationsgesetz, Kraft, Energie, Potential), geometrische Optik (Linsen und Spiegel), Wellenoptik (Interferenz, Beugung, Dopplereffekt) und etwas spezielle Relativitätstheorie. Die Beherrschung von Differential- und Integralrechnung, Geometrie, Trigonometrie und Rechnen mit dreidimensionalen Vektoren wird vorausgesetzt.

Die wichtigsten verwendeten Symbole für astronomische und physikalische Größen findet man am Ende des Skripts. Für Zahlen wird die in der englischen Originalliteratur sowie in Programmiersprachen gebräuchliche Darstellung mit dem Dezimalpunkt (.) statt dem Komma verwendet.

Interessante Episoden und ergänzende Details sind in kleiner Schrift in den Text eingestreut.

Dieses Skript ist in der vorliegenden Version noch unvollständig, es enthält vor allem astronomische Formeln und einige Details, die man nicht in allen Lehrbüchern findet. Zusammen mit den Kopien der projizierten Bilder und einem Lehrbuch bildet es eine von drei Komponenten zur Wiederholung und Prüfungsvorbereitung.

Vorsicht, es ist wahrscheinlich nicht fehlerfrei und sollte also nicht unkritisch konsumiert werden! (Diese Warnung gilt auch für Lehrbücher und ganz besonders für Informationen aus dem Internet)

Rostock, im Januar 2020, R. Waldi.

# 1. Einleitung

Die Astronomie gehört zu den ältesten Wissenschaften der Menschheit. Schon früh erkannten die Menschen den Zusammenhang zwischen den Jahreszeiten, die den Zug der Tiere und das Wachstum der Pflanzen bestimmen, und der Position von Sonne, Mond und Sternen. Alle Kulturen der Menschheitsgeschichte befassten sich daher mit dem Sternenhimmel, sie beobachteten die Sonne, die Planeten und Fixsterne.

Die Intellektuellen früher Kulturen waren die Priester, daher ist es verständlich, dass astronomische Observatorien und religiöse Kultstätten oft zusammenfielen. Ein solches Beispiel ist Stonehenge im Süden Englands (ca. 3000 v.Chr.).

Um die gleiche Zeit begannen bei allen Hochkulturen systematische Himmelsbeobachtungen zur Kalender- und Zeitbestimmung. Die Babylonier fanden die Ekliptik und führten die zwölf Tierkreiszeichen ein.

Die Ägypter kannten bereits die Jahreslänge von 365.25 Tagen. Astronomische Tabellen auf Papyrus belegen die Präzision ihrer Berechnungen, etwa eine Tabelle mit täglichen Aufgangszeiten des Sirius (ägyptisch Sothis, ca. 2200 v.Chr.).

Die Himmelsscheibe von Nebra wurde in einer Steinkammer auf dem Mittelberg nahe der Stadt Nebra in Sachsen-Anhalt gefunden. Sie stammt aus der Bronzezeit ca. 1600 v.Chr. und ist die älteste bekannte Darstellung der Gestirne in Europa. Sie diente vermutlich als Kalender.

Für die seefahrenden Völker kam die Navigation mit Hilfe des Sternenhimmels als wichtige Anwendung der Astronomie hinzu.

Die Astronomie leitet sich ab von griechisch  $\alpha\sigma\tau\eta\rho$  = Stern und  $\alpha\sigma\tau\rho\nu$  = Sternbild sowie  $\nu\acute{o}\mu\omicron\varsigma$  = Ordnung, Regel. Die Sternkunde der Griechen war die Astrologie ( $\alpha\sigma\tau\rho\lambda\omicron\gamma\acute{\iota}\alpha$  von  $\lambda\acute{o}\gamma\omicron\varsigma$  = Wort, Rede, Berechnung). Diese Wissenschaft hat sich aber zur Deutung der Vergangenheit und Vorhersage der Zukunft aus dem Lauf der Sterne entwickelt, während die Wissenschaft von den Sternen selbst (und anderen kosmischen Objekten) die  $\alpha\sigma\tau\rho\nu\omicron\mu\acute{\iota}\alpha$  wurde.

## 1.1 Größenskalen im Universum

Größe unseres Universums heute ca.  $14 \cdot 10^9$  LJ  $\approx 10^{26}$  m

Durchmesser der Milchstraße (ohne Halo) ca. 30 kpc  $\approx 10^{21}$  m

Abstand zum nächsten Fixstern ca. 4 LJ  $\approx 4 \cdot 10^{16}$  m

Durchmesser der Neptunbahn ca. 60 AE  $\approx 10^{13}$  m

Erdbahndurchmesser 2 AE  $\approx 3 \cdot 10^{11}$  m

Durchmesser der Erde ca.  $1.3 \cdot 10^7$  m

Durchmesser eines Atoms ca.  $10^{-10}$  m

Durchmesser eines Protons ca.  $10^{-15}$  m

## 2. Koordinaten

### 2.1 Orientierung am Himmel: Sternbilder

Die Konstellationen der Sterne wurden von allen Völkern durch Bilder benannt, die mit ihrer geometrischen Gestalt assoziiert wurden. Aus den aus Babylonien und vor allem aus der griechischen Antike überlieferten Sternbildern wurden 1922 von der Internationalen Astronomischen Union 88 Sternbilder festgelegt (Tabelle 2.1) und ihre exakten Grenzen so definiert, dass sie den ganzen Himmel überdecken. Das riesige Sternbild Argo (das Schiff der Argonauten) wurde in Vela (das Segel), Puppis (das Achterdeck) und Carina (den Kiel) aufgeteilt.

In der Antike beschrieb Ptolemaios 48 Sternbilder im von Griechenland sichtbaren Teil des Sternenhimmels. Weitere Sternbilder wurden im 17. Jahrhundert zunächst am Südhimmel eingeführt, der in der Antike unbekannt gewesen war. In Bayers *Uranometria*<sup>1</sup> von 1603 gab es 60 Sternbilder. Zwischen den heutigen Sternbildern wurden in der Folgezeit weitere kleinere eingefügt. So waren in den handkolorierten Sternkarten *Urania's Mirror* (London, um 1825) Sternbilder wie Tarandus (das Rentier), Custos Messium (der Erntehüter) oder Anser (die Gans) zu finden.

Die 12 westlichen Tierkreiszeichen oder Sternzeichen sind die Sternbilder, die an der Ekliptik liegen (auf dem Tierkreis oder *Zodiak*). Zur Zeit der Namensgebung vor etwa 2000 Jahren stand die Sonne, während sie sich in einem Tierkreiszeichen befand, auch im gleichnamigen Sternbild. Das Sternbild war also am Taghimmel und daher nicht sichtbar. Dass die Sonne sich zu einer bestimmten Jahreszeit darin befand, wurde von den Astronomen errechnet. Allerdings verwendet die (tropische, westliche) Astrologie statt der tatsächlichen Ausdehnung der Sternbilder für die (tropischen) Tierkreiszeichen zwölf Sektoren von exakt 30°.

Aufgrund der Präzession der Erdachse verschieben sich Sternbild und tropische Tierkreiszeichen langsam gegeneinander, so dass die Sonne heute im vorhergehenden Sternbild steht, z. B. während des Tierkreiszeichens Stier im Sternbild Widder. Die siderische Astrologie, die die tatsächliche heutige Position der Sonne in den Sternbildern verwendet, findet man etwa im indischen Kulturraum (vedische Astrologie).

In China gibt es auch traditionell Sternbilder, die sich aber von unseren unterscheiden.

Zu den bekannten Sternbildern unserer Hemisphäre gehört der große und kleine Bär (UMa und UMi), deren Körper und Schwanz auch als großer und kleiner Wagen<sup>2</sup> bezeichnet werden. Verlängert man die Hinterseite des großen Wagens etwa 5fach nach oben, so kommt man zum Ende der Deichsel des kleinen Wagens, die der Polarstern (*Polaris*,  $\alpha$  UMi) bildet. Er steht dicht am Himmelsnordpol.

Ein Teilsternbild wie den großen Wagen bezeichnet man als *Asterismus*, ebenso andere auffällige Konstellationen, die keine Sternbilder sind. So hift die Anordnung besonders heller Sterne bei der Orientierung am Sternenhimmel. Als *Sommerdreieck* bezeichnet man die drei Sterne Atair ( $\alpha$  Aql, 0<sup>m</sup>7, A7 V, HR7557), Wega ( $\alpha$  Lyr, 0<sup>m</sup>0, A0 V, HR7001) und Deneb ( $\alpha$  Cyg, 1<sup>m</sup>3, A2 Ia, HR7924), die am Sommerhimmel die ganze Nacht zu sehen sind. Aber auch im Herbst und Winter sieht man das Sommerdreieck am Abend, und im Winter und Frühling am frühen Morgen.

Das *Frühlingsdreieck* wird aus den Sternen Regulus ( $\alpha$  Leo), Arktur ( $\alpha$  Boo) und Spica ( $\alpha$  Vir) gebildet. Das *Herbstviereck* besteht aus Algenib ( $\gamma$  Peg, 2<sup>m</sup>8), Sirrah, Scheat und Markab. Das *Wintersechseck* bilden die Sterne Kapella (Capella,  $\alpha$  Aur), Aldebaran ( $\alpha$  Tau), Rigel ( $\beta$  Ori, 0<sup>m</sup>1), Sirius ( $\alpha$  CMa, -1<sup>m</sup>5), Prokyon ( $\alpha$  CMi, 0<sup>m</sup>4) und die Zwillinge Castor ( $\alpha$  Gem) und Pollux ( $\beta$  Gem), das *Winterdreieck* bilden die Sterne Sirius ( $\alpha$  CMa), Prokyon ( $\alpha$  CMi) und Beteigeuze ( $\alpha$  Ori).

---

<sup>1</sup> Urania (*Οὐρανία*) war die Muse der Astronomie, und Uranos (*Οὐρανός*) war das Himmelsgewölbe und einer der ersten Götter in der griechischen Mythologie.

<sup>2</sup> Der große Wagen wird im englischen Sprachraum als *Plough* = Pflug bezeichnet.

**Tab. 2.1** Sternbilder und Sterne der Größenklassen 0 und 1. Für die Sternbilder des Tierkreises ist auch das astrologische Symbol angegeben.

lateinischer Name, Genitiv	Kürzel und Symbol	deutscher Name	helle Sterne
Andromeda, -dae	And	Andromeda	
Antlia, -iae	Ant	Luftpumpe	
Apus, -podis	Aps	Paradiesvogel	
Aquarius, -rii	Aqr ♒	Wassermann	
Aquila, -lae	Aql	Adler	Atair
Ara, -rae	Ara	Altar	
Aries, -ietis	Ari ♈	Widder	
Auriga, -gae	Aur	Fuhrmann	Kapella
Bootes, -tis	Boo	Bärenhüter (Rinderhirte)	Arktur
Caelum, -li	Cae	Grabstichel	
Camelopardalis, -lis	Cam	Giraffe	
Cancer, -cri	Cnc ♋	Krebs	
Canes Venatici, -num -corum	CVn	Jagdhunde	
Canis Maior, -nis -ris	CMA	Großer Hund	Sirius
Canis Minor, -nis -ris	CMi	Kleiner Hund	Prokyon
Capricornus, -ni	Cap ♐	Steinbock	
Carina, -nae	Car	Schiffskiel	Canopur
Cassiopeia, -iae	Cas	Kassiopeia	
Centaurus, -ri	Cen	Zentaur	Toliman, Agena
Cepheus, -ei	Cep	Cepheus	
Cetus, -ti	Cet	Walfisch	Mira
Chamaeleon, -ontis	Cha	Chamäleon	
Circinus, -ni	Cir	Zirkel	
Columba, -bae	Col	Taube	
Coma Berenices, -mae -cis	Com	Haar der Berenike	
Corona Australis, -nae -lis	CrA	Südliche Krone	
Corona Borealis, -nae -lis	CrB	Nördliche Krone	
Corvus, -vi	Cor	Rabe	
Crater, -eris	Crt	Becher	
Crux, -ucis	Cru	Kreuz des Südens	Mimosa
Cygnus, -ni	Cyg	Schwan	Deneb
Delphinus, -ni	Del	Delphin	
Dorado, -dus	Dor	Goldfisch	
Draco, -conis	Dra	Drache	
Equuleus, -ei	Equ	Füllen	
Eridanus, -ni	Eri	Fluss Eridanus	Achernar
Fornax, -acis	For	Ofen	
Gemini, -norum	Gem ♊	Zwillinge	Kastor, Pollux
Grus, -uis	Gru	Kranich	
Hercules, -lis	Her	Herkules	
Horologium, -gii	Hor	Pendeluhr	
Hydra, -rae	Hyd	Nördliche Wasserschlange	
Hydrus, -ri	Hyi	Kleine (südl.) Wasserschlange	
Indus, -di	Ind	Inder	
Lacerta, -tae	Lac	Eidechse	
Leo, -onis	Leo ♌	Löwe	Regulus
Leo Minor, -nis -ris	LMi	Kleiner Löwe	
Lepus, -poris	Lep	Hase	
Libra, -rae	Lib ♎	Waage	
Lupus, -pi	Lup	Wolf	
Lynx, -ncis	Lyn	Luchs	
Lyra, -rae	Lyr	Leier	Wega
Mensa, -sae	Men	Tafelberg	
Microscopium, -pii	Mic	Mikroskop	



**Tab. 2.1** Fortsetzung: Sternbilder und Sterne der Größenklassen 0 und 1.

lateinischer Name, Genitiv	Kürzel und Symbol	deutscher Name	helle Sterne
Monoceros, -rotis	Mon	Einhorn	
Musca, -cae	Mus	Fliege	
Norma, -mae	Nor	Winkelmaß	
Octans, -ntis	Oct	Oktant	
Ophiuchus, -chi	Oph	Schlangenträger	
Orion, -nis	Ori	Orion	Rigel, Beteigeuze
Pavo, -vonis	Pav	Pfau	
Pegasus, -si	Peg	Pegasus	
Perseus, -sei	Per	Perseus	
Phoenix, -nicis	Phe	Phönix	
Pictor, -oris	Pic	Maler	
Pisces, -cium	Psc ♋	Fische	
Piscis Austrinus, -cis -ni	PsA	Südlicher Fisch	Fomalhaut
Puppis, -pis	Pup	Achterschiff	
Pyxis, -xidis	Pyx	Schiffskompass	
Reticulum, -li	Ret	Netze	
Sagitta, -tae	Sge	Pfeil	
Sagittarius, -rii	Sgr ⚔	Schütze	
Scorpius, -pii	Sco ♏	Skorpion	Antares
Sculptor, -oris	Scl	Bildhauer	
Scutum, -ti	Sct	Schild	
Serpens, -ntis	Ser	Schlange	
Sextans, -ntis	Sex	Sextant	
Taurus, -ri	Tau ♉	Stier	Aldebaran
Telescopium, -pii	Tel	Fernrohr	
Triangulum, -li	Tri	Dreieck	
Triangulum Australe, -li -lis	TrA	Südliches Dreieck	
Tucana, -nae	Tuc	Tukan	
Ursa Maior, -sae -ris	UMa	Großer Bär (Wagen)	Mizar
Ursa Minor, -sae -ris	UMi	Kleiner Bär (Wagen)	
Vela, -lorum	Vel	Segel	
Virgo, -ginis	Vir ♍	Jungfrau	Spica
Volans, -ntis	Vol	Fliegender Fisch	
Vulpecula, -lae	Vul	Füchlein	

## 2.2 Polarkoordinaten

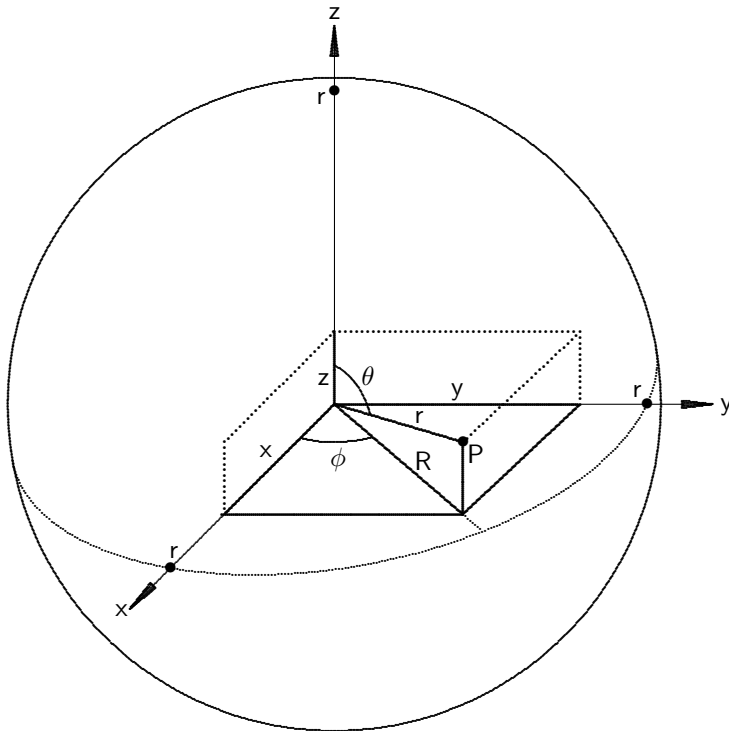
In der Astronomie verwendet man sphärische Polarkoordinaten, d.h. den radialen Abstand  $r$  zum Koordinatenursprung und den Azimut  $\phi$  (oder Längswinkel  $\lambda$ ). Während in der Physik aber als dritte Koordinate der Polarwinkel  $\theta$  verwendet wird, benutzt die Astronomie (wie die Geografie) einen Breitenwinkel  $\beta = 90^\circ - \theta$ .

Das in der Physik und in der Astronomie verwendete kartesische Koordinatensystem ist rechtshändig, d.h. wenn die  $+x$ -Achse in Richtung Daumen der rechten Hand zeigt, so zeigt der senkrecht dazu weisende Zeigefinger in Richtung  $+y$ -Achse und der senkrecht zu den beiden andern weisende Mittelfinger in Richtung  $+z$ -Achse. Ein linkshändiges System ist dazu spiegelbildlich und kann nicht durch Drehung in ein rechtshändiges übergeführt werden.

### 2.2.1 Koordinatensysteme und Konversionen

**kartesisch:**  $x, y, z$

Bereich:  $x \in [-\infty, \infty], y \in [-\infty, \infty], z \in [-\infty, \infty]$



**Abb. 2.1** Kartesische und Polarkoordinaten eines Raumpunktes  $P = (x, y, z) = (r; \theta; \phi)$ .

Volumenelement:  $dV = d^3r = dx dy dz$   
 Einheitsvektoren:  $\hat{x} = (1, 0, 0)$ ,  
 $\hat{y} = (0, 1, 0)$ ,  
 $\hat{z} = (0, 0, 1)$   
 $\hat{x} \perp \hat{y} \perp \hat{z}$   
 infinitesimale Verschiebung:  $d\vec{r} = dx \cdot \hat{x} + dy \cdot \hat{y} + dz \cdot \hat{z}$

**sphärisch (Physik):**  $r, \theta, \phi$

Bereich:  $r \in [0, \infty]$ ,  $\phi \in ]-\pi, \pi]$ ,  $\theta \in [0, \pi]$   
 Umrechnung:  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$   $x = R \cos \phi$   
 $\theta = \arccos z/r$   $y = R \sin \phi$   
 $\phi = \text{atan2}(y, x)$   $z = r \cos \theta$   
 $R = \sqrt{x^2 + y^2}$   $R = r \sin \theta$   
 Volumenelement:  $dV = d^3r = r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi = r^2 dr d \cos \theta d\phi = r^2 dr d\Omega$   
 Einheitsvektoren:  $\hat{r} = \left(\frac{x}{r}, \frac{y}{r}, \frac{z}{r}\right) = (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta)$ ,  
 $\hat{\phi} = \left(-\frac{y}{R}, \frac{x}{R}, 0\right) = (-\sin \phi, \cos \phi, 0)$ ,  
 $\hat{\theta} = \left(\frac{xz}{Rr}, \frac{yz}{Rr}, -\frac{R}{r}\right) = (\cos \theta \cos \phi, \cos \theta \sin \phi, -\sin \theta)$   
 $\hat{r} \perp \hat{\phi} \perp \hat{\theta}$   
 infinitesimale Verschiebung:  $d\vec{r} = dr \cdot \hat{r} + r d\theta \cdot \hat{\theta} + r \sin \theta d\phi \cdot \hat{\phi}$

**sphärisch (Astronomie und Geografie):**  $r, \beta, \lambda$  (Breite und Länge)

Bereich:  $r \in [0, \infty]$ ,  $\lambda \in ]-\pi, \pi]$ ,  $\beta \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$   
 Umrechnung:  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$   $x = R \cos \lambda$

$$\begin{aligned}
\beta &= \frac{\pi}{2} - \theta = \arcsin \frac{z}{r} & y &= R \sin \lambda \\
\lambda &= \operatorname{atan2}(y, x) & z &= r \sin \beta \\
R &= \sqrt{x^2 + y^2} & R &= r \cos \beta
\end{aligned}$$

Volumenelement:  $dV = d^3r = r^2 \cos \beta \, dr \, d\beta \, d\lambda = r^2 \, dr \, d \sin \beta \, d\lambda$

Einheitsvektoren:  $\hat{r} = \left( \frac{x}{r}, \frac{y}{r}, \frac{z}{r} \right) = (\cos \beta \cos \lambda, \cos \beta \sin \lambda, \sin \beta)$ ,  
 $\hat{\lambda} = \left( -\frac{y}{R}, \frac{x}{R}, 0 \right) = (-\sin \lambda, \cos \lambda, 0)$ ,

$\hat{r} \perp \hat{\lambda} \perp \hat{\beta}$   $\hat{\beta} = \left( \frac{xz}{Rr}, \frac{yz}{Rr}, \frac{R}{r} \right) = (\sin \beta \cos \lambda, \sin \beta \sin \lambda, \cos \beta)$

infinitesimale Verschiebung:  $d\vec{r} = dr \cdot \hat{r} + r \, d\beta \cdot \hat{\beta} + r \cos \beta \, d\lambda \cdot \hat{\lambda}$

Für die Umrechnung zwischen kartesischen und Polarkoordinaten benötigt man die Funktion  $\operatorname{atan2}$ . Sie ist definiert als eindeutige Umkehrung zu  $\tan \phi = \frac{y}{x}$  in der  $x, y$ -Ebene<sup>3</sup>

$$\begin{aligned}
\operatorname{atan2}(y, x) &= \arctan \frac{y}{x} && \text{für } x > 0 \\
\operatorname{atan2}(y, x) &= \arctan \frac{y}{x} + \pi && \text{für } y \geq 0, x < 0 \\
\operatorname{atan2}(y, x) &= \arctan \frac{y}{x} - \pi && \text{für } y < 0, x < 0 \\
\operatorname{atan2}(y, x) &= \pi/2 && \text{für } y > 0, x = 0 \\
\operatorname{atan2}(y, x) &= -\pi/2 && \text{für } y < 0, x = 0
\end{aligned}$$

und auf den meisten Taschenrechnern als  $\rightarrow\text{POL}$ ,  $\rightarrow r, \phi$  oder  $R \rightarrow P$  vorhanden.

Zur Positionsbestimmung am Himmel genügen die beiden Winkel. Sie geben den Ort auf einer gedachten Kugelfläche, der Himmelsphäre, an.

Der Azimut oder Längenwinkel wird oft in Zeiteinheiten ( $24^h = 360^\circ = 2\pi$ ) angegeben. Der *Pol* des Systems ist die Richtung der positiven  $z$ -Achse, der *Äquator* des Systems ist ein Ring in der  $x, y$ -Ebene.

### 2.2.2 Geokoordinaten

Punkte auf der Erde werden durch ihre *geografische Länge und Breite* identifiziert. Die Achse vom Südpol zum Nordpol ist die  $z$ -Achse, der Meridian durch Greenwich (Sternwarte) definiert  $\lambda = 0$ , der Erdäquator  $\beta = 0$ . Wie in der Astronomie zählt die Länge in mathematisch positivem Drehsinn, also nach O wachsend (östl. Länge ist  $\lambda > 0$ , westl. Länge  $\lambda < 0$ ).

Ein analoges System verwendet man auf den Planeten und Monden des Sonnensystems, etwa auf dem Erdmond die *selenografische Länge und Breite*. Der Nullmeridian ist dabei (im Mittel) der Erde direkt zugewandt.

In den folgenden Abschnitten werden spezifische Realisierungen von Polarkoordinatensystemen in der Astronomie beschrieben.

### 2.2.3 Horizontsystem

Das *Horizontsystem* ist ein ortsfestes System eines Beobachters auf der Erde. Die  $z$ -Achse verläuft durch den Standpunkt des Beobachters und den *Zenit* senkrecht über dem Beobachter (Pol des Systems). Der *Nadir* ist das Ende der negativen  $z$ -Achse. Der Äquator des Systems ist der *Horizont*. Die beiden Winkel sind

- *Höhe* (über/unter dem Horizont)  $h \hat{=} \beta$ , Nullpunkt am Horizont, oder *Zenitdistanz*  $z = 90^\circ - h \hat{=} \theta$ .

<sup>3</sup> Unsere Definition ist die der meisten Programmiersprachen, aber Vorsicht, in Microsoft Excel ist  $\operatorname{atan2}$  (oder  $\arctan2$ ) umgekehrt definiert als  $\operatorname{atan2}(x, y)$ .

- *Azimut*  $A \hat{=} -\phi$  (mathematisch negativer Drehsinn), Nullpunkt in Südrichtung,  $90^\circ = \text{West}$ ,  $180^\circ = \text{Nord}$ ,  $270^\circ = \text{Ost}$ .

Der *Meridian* ist eine gedachte Kreislinie am Himmel, die vom südlichen Horizont ( $A = 0^\circ$ ) zum Zenit verläuft.

### 2.2.4 Äquatorsystem

Das *Äquatorsystem* ist ein ortsfestes System der Erde. Koordinatenursprung ist der Erdmittelpunkt. Die Projektion vom Erdmittelpunkt an die (weit entfernte) Himmelskugel bildet die Pole auf die Himmelspole und den Erdäquator auf den Himmelsäquator ab. Die  $z$ -Achse ist die Erdachse vom Südpol zum Nordpol. Die beiden Winkel sind

- *Deklination*  $\delta \hat{=} \beta$ , Nullpunkt ist die Richtung vom Erdmittelpunkt zum Erdäquator.
- *Stundenwinkel*  $t \hat{=} -\phi$ , Einheit sind Stunden, Minuten und Sekunden, der Nullpunkt ist der Stundenwinkel des Zenit,  $t$  wächst nach W.

Das *bewegliche Äquatorsystem* bezieht sich nicht mehr auf die Erde, sondern auf den Fixstern-Himmel. Der Pol ist der Himmelsnordpol in der Nähe des Polarsterns, die  $z$ -Achse wie beim erdfesten Äquatorsystem die Erdachse von S nach N. Das erdfeste und das bewegliche Äquatorsystem unterscheiden sich nur durch den Nullpunkt des Stundenwinkels.

- *Deklination*  $\delta \hat{=} \beta$ , Nullpunkt ist die Richtung vom Erdmittelpunkt zum Himmelsäquator.
- Dem Stundenwinkel entspricht die Rektaszension  $\alpha \hat{=} \phi$ , Einheit sind Stunden, Minuten und Sekunden, der Nullpunkt ist im Frühlingspunkt,  $\alpha$  wächst nach O.

Die Umrechnung in den Stundenwinkel erfolgt über den Stundenwinkel des Frühlingspunkt, die lokale *Sternzeit*  $t_*$ :

$$t = t_* - \alpha \quad (2.1)$$

Der *Frühlingspunkt* ist der Schnittpunkt der scheinbaren Sonnenbahn mit dem Himmelsäquator im Frühling. Er wird in der Astronomie mit einem Sternzeichen des Frühlings, dem Widder  $\Upsilon$ , bezeichnet. In diesem Sternbild befand sich der Frühlingspunkt vor 3000 Jahren (heute liegt er in den Fischen, in 1000 Jahren wird er im Wassermann liegen). Die Ebene der Erdbahn bzw. der scheinbaren Sonnenbahn heißt *Ekliptik*. Die Planetenbahnen liegen alle ungefähr in derselben Ebene.

Wenn auch der Mond in der Ekliptik liegt, kann es zur Sonnen- oder Mondfinsternis kommen. Daher stammt der Name: eine Verfinsternung eines Himmelskörpers heißt im Griechischen  $\epsilon\kappa\lambda\epsilon\iota\psi\iota\varsigma = \text{Verschwinden}$ .

Die  $z$ -Achse ist (bei beiden Systemen) die Rotationsachse der Erde. Sie ist am 1.01.2000 um

$$\epsilon = 23^\circ 26' 21.406'' = 23.43928^\circ \quad (2.2)$$

gegen die Bahnachse der Erde geneigt [1] und steht damit nicht senkrecht zur Ekliptik. Man nennt  $\epsilon$  die *Schiefe der Ekliptik*. Dieser Wert ändert sich um

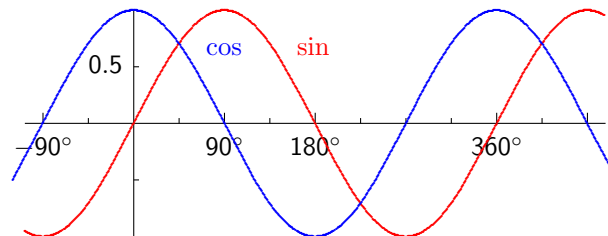
$$\dot{\epsilon} = -\frac{46.837''}{100 \text{ a}} \quad (2.3)$$

und erreichte am 1.01.2007 den Wert  $23.43837^\circ = 23^\circ 26' 18.1''$ . Die Achsenneigung oszillierte während der letzten Million Jahre zwischen  $22^\circ$  und  $24.5^\circ$ , mit Perioden von etwa 40000a (berechnet aus den Störungen durch andere Planeten und experimentell bestätigt durch geologische Indikatoren für Klimavariationen in der Erdgeschichte).

### 2.2.5 Umrechnung

Zur Umrechnung zwischen Äquatorsystem und Horizontsystem bedient man sich des *nautischen Dreiecks*, das von den beiden Polen, dem Himmelsnordpol und dem Zenit, und dem Sternort gebildet wird.

Für die folgenden Rechnungen kann man aus den Graphen der Winkelfunktionen die Beziehungen für  $90^\circ - \varphi$ ,  $180^\circ - \varphi$  etc. ablesen:



Nach dem **Sinussatz**<sup>4</sup> der sphärischen Trigonometrie ist

$$\frac{\sin(180^\circ - A)}{\sin(90^\circ - \delta)} = \frac{\sin t}{\sin z}$$

$$\sin z \sin A = \cos \delta \sin t \quad (2.4)$$

und nach dem **Cosinussatz**<sup>5</sup> ist

$$\cos z = \cos(90^\circ - \beta) \cos(90^\circ - \delta) + \sin(90^\circ - \beta) \sin(90^\circ - \delta) \cos t$$

$$\cos z = \sin \beta \sin \delta + \cos \beta \cos \delta \cos t \quad (2.5)$$

sowie

$$\begin{aligned} \cos(90^\circ - \delta) &= \cos(90^\circ - \beta) \cos z + \sin(90^\circ - \beta) \sin z \cos(180^\circ - A) \\ \sin \delta &= \sin \beta \cos z + \cos \beta \sin z (-\cos A) \\ &= \sin \beta [\sin \beta \sin \delta + \cos \beta \cos \delta \cos t] - \cos \beta \sin z \cos A \\ -\sin z \cos A &= \frac{\sin \delta - \sin^2 \beta \sin \delta - \sin \beta \cos \beta \cos \delta \cos t}{\cos \beta} \\ \sin z \cos A &= -\cos \beta \sin \delta + \sin \beta \cos \delta \cos t \end{aligned} \quad (2.6)$$

Mit den Gleichungen (2.4), (2.5) und (2.6) kann man zu gegebener geografischer Breite  $\beta$  aus Deklination und Stundenwinkel den Azimut und die Zenitdistanz bzw. die Höhe berechnen. Da  $z + h = 90^\circ$ , ist  $\cos z = \sin h$  und  $\sin z = \cos h$ .

Der Wertebereich eines vollen Winkels ( $-\pi \dots \pi$  oder  $0 \dots 2\pi$ ) für Stundenwinkel und Azimut erfordert zwei Gleichungen zur eindeutigen Festlegung.

Analog gilt für die Umkehrung

$$\begin{aligned} \sin \delta &= \sin \beta \cos z - \cos \beta \sin z \cos A \\ \cos \delta \sin t &= \sin z \sin A \\ \cos \delta \cos t &= \cos \beta \cos z + \sin \beta \sin z \cos A \end{aligned} \quad (2.7)$$

<sup>4</sup> Sinussatz:  $\frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b} = \frac{\sin C}{\sin c}$ ,  $A, a$  etc. sind gegenüberliegende Eckwinkel und Seitenwinkel (Bogen).

<sup>5</sup> Cosinussatz für den Seitenwinkel  $a$ :  $\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$ , analog für  $b, c$  (den Cosinussatz für den Eckwinkel  $A$ :  $\cos A = -\cos B \cos C + \sin B \sin C \cos a$  benötigen wir nicht).

Da  $z + h = 90^\circ$ , ist entsprechend

$$\begin{aligned}\sin h &= \sin \beta \sin \delta + \cos \beta \cos \delta \cos t \\ \cos h \sin A &= \cos \delta \sin t \\ \cos h \cos A &= -\cos \beta \sin \delta + \sin \beta \cos \delta \cos t \\ A &= \operatorname{atan2}(\cos \delta \sin t, -\cos \beta \sin \delta + \sin \beta \cos \delta \cos t)\end{aligned}\tag{2.8}$$

$$\begin{aligned}\sin \delta &= \sin \beta \sin h - \cos \beta \cos h \cos A \\ \cos \delta \sin t &= \cos h \sin A \\ \cos \delta \cos t &= \cos \beta \sin h + \sin \beta \cos h \cos A \\ t &= \operatorname{atan2}(\cos h \sin A, \cos \beta \sin h + \sin \beta \cos h \cos A)\end{aligned}\tag{2.9}$$

Die Winkel  $\delta$  und  $h$  haben einen  $180^\circ$  weiten Wertebereich und können daher mit der arcsin-Funktion eindeutig berechnet werden. Für die Winkel  $t$  und  $A$  mit einem  $360^\circ$  weiten Wertebereich benötigt man die atan2-Funktion, daher gibt es stets 3 Gleichungen zur Umrechnung zwischen gedrehten Polarkoordinaten. Man kommt aber mit 2 Gleichungen aus, wenn man die richtige von zwei Lösungen durch geometrische Anschauung ermittelt.

### 2.2.6 Ekliptikalkoordinaten

Das *geozentrische Ekliptikalsystem* benutzt als  $z$ -Achse die Richtung der Bahnachse der Erde und als Äquatorebene die Ekliptik (ekliptikale Breite  $\beta_e = \beta = 0$ ). Der Nullpunkt der ekliptikalen Länge  $\lambda_e = \lambda$  ist wie beim beweglichen Äquatorsystem der Frühlingspunkt, und  $\lambda$  nimmt nach O zu.

Umrechnung in Äquatorkoordinaten:

$$\begin{aligned}\sin \delta &= \cos \epsilon \sin \beta + \sin \epsilon \cos \beta \sin \lambda \\ \cos \delta \sin \alpha &= -\sin \epsilon \sin \beta + \cos \epsilon \cos \beta \sin \lambda \\ \cos \delta \cos \alpha &= \cos \beta \cos \lambda\end{aligned}\tag{2.10}$$

Neben dem geozentrischen Ekliptikalsystem ist für Koordinaten der Planeten unseres Sonnensystems auch ein heliozentrisches in Gebrauch ( $\beta_h, \lambda_h$ , Koordinatenursprung im Zentrum der Sonne).

Für Fixsterne sind beide Systeme fast identisch,  $\lambda_h \approx \lambda_e$  und  $\beta_h \approx \beta_e$ . Für Objekte in unserem Sonnensystem rechnet man in kartesische Koordinaten um, verschiebt dann den Ursprung von der Sonne zur Erde und rechnet die verschobenen kartesischen Koordinaten zurück in Polarkoordinaten.

### 2.2.7 Galaktische Koordinaten

Das *galaktische Koordinatensystem* hat als Äquatorebene (galaktische Breite  $b = 0$ ) die Scheibenebene unserer Galaxis, und der Nullpunkt der galaktischen Länge  $l$  zeigt zum Zentrum der Milchstraße (im beweglichen Äquatorsystem  $\alpha = 17^h 42.4^m$ ,  $\delta = -28^\circ 55'$ ).

## 2.3 Erdbewegung, Zeit und Zeitmessung

Unser Zeitmaß im Alltag bezieht sich auf den Lauf der Sonne. Die scheinbare Bewegung der Sonne und der Sterne ist eine Folge der Erdbewegung: ihrer täglichen Drehung um ihre Polachse und ihre jährliche Bewegung um die Sonne.

Die Erde dreht sich nach O, das ist ein positiver Drehsinn bzgl. der  $z$ -Achse von S nach N ( $\dot{\phi} > 0$ ). Die scheinbare Bahn der Sonne läuft entgegengesetzt von O nach W ( $\dot{\phi} < 0$ ), daher nimmt der Stundenwinkel  $t = -\phi$  der Sonne ebenfalls zu.

Die Erdbahn um die Sonne hat den gleichen Drehsinn wie die Erdrotation, im heliozentrischen Ekliptikalsystem ist das ebenfalls mathematisch positiver Drehsinn, d. h. die ekliptikale Länge der Erde  $\lambda_{h\delta}$  nimmt zu (in einem tropischen Jahr um  $360^\circ$ ). Von der Erde aus gesehen hat die Sonnenbahn den gleichen Drehsinn, also nimmt die ekliptikale Länge der Sonne  $\lambda_{e\odot}$  ebenfalls zu.

Die physikalische Zeit bezieht sich auf periodische Vorgänge, die reproduzierbar unverändert ablaufen. Die astronomische Zeit bezieht sich auf die periodische Bewegungen der Erde. Diese sind jedoch Schwankungen unterworfen und eignen sich daher nicht als gleichförmiges Zeitmaß.

### 2.3.1 Präzession

Da die Erdachse zur Ebene von Sonne, Erdbahn und Mond geneigt ist, führt das Drehmoment, das die Sonne und der Mond auf die nicht vollständig kugelsymmetrische Erde ausübt, zu einer Präzession. Dadurch verschiebt sich auch die Lage des Frühlingspunkts und der Himmelspole. Das Wandern des Himmels-Nordpols war bereits Hipparchos 150 v. Chr. bekannt.

Die Präzession pro Julianisches Jahr [1] (365.25 d) ist

$$p = 50.2879695'' + 0.01111113'' \frac{D_{2000}}{36525} - 6 \cdot 10^{-8}'' \left( \frac{D_{2000}}{36525} \right)^2 \quad (2.11)$$

wobei  $D_{2000}$  die Zahl der Tage seit 1.01.2000 ist. Der konstante Term entspricht einer Periode von 25772 Jahren und einer Präzession von  $0.14'' = 0.009^s$  pro Tag. Wenn die Beziehung (2.11) während einer vollen Umdrehung gültig bliebe, würde sie 25059 Jahre dauern.

### 2.3.2 Nutation

In der Physik bezeichnet *Nutation* die Änderung der Rotationsachse aufgrund der Tatsache, dass die momentane Rotationsachse keine Hauptträgheitsachse des Körpers ist. Da die Erde nicht starr ist, kommen Änderungen dieser Achsen durch Massebewegungen im Erdinnern und an der Oberfläche hinzu. Dieser Effekt führt auch zu Nutationsbewegungen der Erdachse mit Amplituden von etwa  $0.2''$  und unterschiedlichen Perioden. Die Rotationsachse wandert dabei auch im erdfesten (geografischen) Koordinatensystem. Die Polbewegung von einigen Metern am Nord- und Südpol hat periodische und langsam variierende Anteile. Die Chandlersche Periode von 433 d kennzeichnet den stärksten Anteil (nach Seth Chandler, 1891).

Seit 1895 wird die genaue Position der Erdachse durch den internationalen Breitendienst verfolgt, der an verschiedenen Orten am Breitengrad  $39^\circ 08' N$  die Position von Fixsternen misst und aus der scheinbaren Änderung der geografischen Breite die Wanderung der Polachse berechnet.

Heute werden die astronomischen Messungen durch Methoden der Satellitengeodäsie ergänzt. Daraus ermittelt der 1987 gegründete IERS (International Earth Rotation and Reference Systems Service) die genaue Lage und Bewegung der Erde.

In der Astronomie fasst man aber auch Präzessionseffekte unter diesem Sammelbegriff zusammen, die Perioden von weniger als 300 Jahren haben. Man kennt zurzeit 678 Komponenten, die größtenteils Korrekturen auf die Drehmomente von Sonne und Mond sind, und 687 Komponenten durch Drehmomente, die andere Planeten auf die Erde ausüben. Die wichtigsten Beiträge sind der Einfluss der Präzession der Mondbahn<sup>6</sup> mit einer Periode von 18.6 a (Ellipse, Amplitude  $9'' \times 7''$ ). Kleine Korrekturen

<sup>6</sup> Rotation der Knotenlinie, das ist die Schnittgerade Ekliptik/Mondbahnebene.

gibt es durch die Exzentrizität der Erdbahn ( $\sim 0.6''$ , Periode 0.5 a) und der Mondbahn ( $< 0.1''$ , Periode 13.7 d) und der Perigäumsdrehung der Mondbahn ( $< 0.1''$ , Periode 8.9 a).

### 2.3.3 Physikalische Zeit

Die physikalische Zeit ist definiert über die Frequenz eines atomaren Übergangs:

$$1\text{ s} = 9192631770 T_{43}$$

Dies ist die SI-Sekunde (Système International d'Unités). Dabei ist  $T_{43}$  die Periode der elektromagnetischen Welle, die von  $^{133}\text{Cs}$  beim Übergang zwischen den beiden Hyperfeinstrukturturniveaus  $F = 4 \rightarrow F = 3$  (Kernspin  $I = \frac{7}{2}$ , Elektronen-Gesamtdrehimpuls = Spin  $J = \frac{1}{2}$ ) des Grundzustands ( $^2S_{1/2}$ ) ausgesandt wird.

Nach dieser Definition arbeiten mehr als 200 Cs-Atomuhren, deren mittleres Zeitsignal die TAI-Zeit festlegt (Temps Atomique International).

Davon abgeleitet wird die UTC-Zeit (Universal Time Coordinated), die jedoch der astronomischen Zeit UT1 auf 1 s angeglichen wird, indem von Zeit zu Zeit eine Schaltsekunde eingelegt wird. Als die UTC 1972 eingeführt wurde<sup>7</sup>, war die Abweichung zur Atomzeit TAI 10 s. Seither wurde diese Differenz durch Schaltsekunden vergrößert, die am

01.07.1972, 01.01.1973, 01.01.1974, 01.01.1975, 01.01.1976, 01.01.1977, 01.01.1978, 01.01.1979, 01.01.1980, 01.07.1981, 01.07.1982, 01.07.1983, 01.07.1985, 01.01.1988, 01.01.1990, 01.01.1991, 01.07.1992, 01.07.1993, 01.07.1994, 01.01.1996, 01.07.1997, 01.01.1999, 01.01.2006, 01.01.2009, 01.07.2012, 01.07.2015, 01.01.2017

jeweils vor Tagesbeginn um Mitternacht eingefügt wurden. Die TAI geht daher heute gegenüber der UTC um 37 s vor, zur **Epoche 2000.0** waren es 32 s:

$$\text{UTC} = \text{TAI} - 32\text{ s} = \text{TT} - 64.184\text{ s}$$

(TT = Terrestrial Time, s. u.).

Ein Zeitsignal wird vom Sender DCF77 in Mainflingen ausgestrahlt. DCF77 wird von der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt (PTB) in Braunschweig betreut und durch die Deutsche Telekom betrieben. Er sendet seit 1959 eine Normalfrequenz und seit 1973 zusätzlich Datum und Uhrzeit. Die Zeitbasis stellen drei Cäsium-Uhren dar, die Abweichung des daraus abgeleiteten Signals beträgt weniger als eine Sekunde in 1 Million Jahren.

Das digitale Signal wird durch Amplitudenmodulation (AM) auf einer Trägerfrequenz von 77.5 kHz (LW) übertragen und kann von handelsüblichen Funkuhren empfangen werden. Der Beginn der Amplitudenabsenkung liegt auf dem Beginn der Sekunden 0 bis 58 innerhalb einer Minute. In der 59. Sekunde erfolgt keine Absenkung, wodurch die nachfolgende Sekundenmarke den Beginn einer Minute kennzeichnet und der Empfänger synchronisiert werden kann. Die Länge der Amplitudenabsenkungen am Beginn der Sekunden steht jeweils für den Wert eines binären Zeichens: 100 ms Absenkung stehen für den Wert 0, 200 ms für 1.

Damit stehen innerhalb einer Minute 59 Bit für Informationen zur Verfügung. Davon werden die Sekundenmarken 0 bis einschließlich 14 für Betriebsinformationen verwendet, die nicht für DCF77-Nutzer bestimmt sind. Die Sekundenmarken 15 bis 19 enthalten Informationen über Unregelmäßigkeiten des Senderbetriebs (Rufbit zum Alarmieren der PTB-Mitarbeiter), über die Zeitzone und kündigen Beginn und Ende der Sommerzeit sowie Schaltsekunden an. Von der 20. bis zur 58. Sekunde wird die Zeitinformation für die jeweils nachfolgende Minute seriell in Form von BCD-Zahlen übertragen, wobei jeweils mit dem niederwertigsten Bit begonnen wird. Zur Absicherung der Daten werden Paritätsbits verwendet, hierbei handelt es sich um eine gerade Parität. Die Kodierung des Wochentages erfolgt gemäß der Norm ISO 8601 bzw. DIN EN 28601, wonach der Montag der Tag 1 der Woche ist.

<sup>7</sup> sie löste die GMT (Greenwich Mean Time) als UT bereits 1928 ab, wurde 1968 in UTC umbenannt und 1972 neu definiert.



Bit(s)	Anzahl	Bedeutung
20	1 bit	Startbit, immer 1
21–24	4 bit	Minute Einer (Werte der einzelnen Bits: 1, 2, 4, 8)
25–27	3 bit	Minute Zehner (Werte der einzelnen Bits: 10, 20, 40)
28	1 bit	Parität Minute
29–32	4 bit	Stunde Einer (1, 2, 4, 8)
33–34	2 bit	Stunde Zehner (10, 20)
35	1 bit	Parität Stunde
36–39	4 bit	Monatstag Einer (1, 2, 4, 8)
40–41	2 bit	Monatstag Zehner (10, 20)
42–44	3 bit	Wochentag (1, 2, 4)
45–48	4 bit	Monat Einer (1, 2, 4, 8)
49	1 bit	Monat Zehner (10)
50–53	4 bit	Jahr Einer (1, 2, 4, 8)
54–57	4 bit	Jahr Zehner (10, 20, 40, 80)
58	1 bit	Parität Datum

Für den Anwender einer Funkuhr bedeutet das, dass der Empfang zwischen 60 und 120 Sekunden störungsfrei laufen muss, bevor die Uhrzeit bereit stehen kann.

Eine andere Quelle genauer Zeit sind die GPS-Satelliten. Die intern benutzte Atomzeit wurde 1980 mit der UTC synchronisiert und läuft seither wie TAI ohne Schaltsekunden weiter. Daher ist GPST = TAI – 19s.

### 2.3.4 Ephemeridenzeit und Terrestrische Zeit

Für fortlaufende Astronomische Berechnungen, beispielsweise von Planetenbahnen und deren Ephemeriden (tägliche Positionen, wie Auf- und Untergang und Kulmination), benötigt man eine fortlaufende Zeit ohne Schaltsekunden, die *Terrestrische Zeit* TT (Terrestrial Time). Sie basiert auf der physikalischen Zeit auf der Erdoberfläche, dem Geoid, das das Nullniveau NN (Normal Null = Meereshöhe) definiert. TT ist eine physikalische Zeit ohne Schaltsekunden, die direkt aus der TAI abgeleitet werden kann:

$$TT = TAI + 32.184\text{s}$$

Zwischen 1960 und 1984 wurde für astronomische Rechnungen die Ephemeridenzeit (ET = Ephemeris Time) verwendet. Die Ephemeridensekunde ist definiert durch die Länge des tropischen Jahres am 31. Dezember 1899 von 31556925.9747s. Die Ephemeridenzeit war eine ideal gleichförmig verlaufende Zeit wie die physikalische Zeit. Die Abweichung der Ephemeridenzeit von Zeitsystemen, die an den wahren Umlauf der Erde um die Sonne gekoppelt waren, musste anhand astronomischer Messungen nachträglich bestimmt werden. Im Jahre 1984 wurde die ET durch die TDT (= Terrestrial Dynamical Time) abgelöst, die 1991 in TT (Terrestrial Time) umbenannt wurde.

Aufgrund des Gravitationspotenzials der Erde vergeht die Zeit im umgebenden Weltraum schneller. Die Allgemeine Relativitätstheorie erlaubt die Berechnung der Zeitdilatation. Im Jahr 2000 wurde das exakte Nullniveau NN definiert durch die Beziehung zwischen TT und TCG (Temps Coordonné Géocentrique, Geocentric Coordinate Time)

$$TT = TCG - 6.969290134 \cdot 10^{-10} \cdot \Delta t_{1977}$$

Dabei ist  $\Delta t_{1977}$  die Zeit seit dem 1.1.1977 0:00 TT. Zu diesem Zeitpunkt sind TT und TCG gleich.

TCG ist die physikalische Zeit außerhalb des Gravitationsfeldes der Erde (extrapoliert auf Gravitationsfeldstärke 0) in einem mit der Erde mitbewegten Koordinatensystem. Sie wird bei Präzisionsberechnungen der Präzession, Nutation und der Mondbahn, aber auch für die Bahnberechnung künstlicher Satelliten verwendet.

### 2.3.5 Astronomische Zeit und UT1

Die astronomische Zeit läuft mit dem Stundenwinkel  $t_{\odot}$  der Sonne. Um 12:00 ist der Stundenwinkel  $t_{\odot} = 0$ . Da die Erdbahn kein Kreis ist und die Erdachse gegen die Bahnachse geneigt ist, ändert sich der Stundenwinkel der Sonne übers Jahr aber nicht gleichförmig.

Man unterscheidet daher die *wahre Sonnenzeit*  $t_W$  als den wahren Stundenwinkel  $t_W = t_{\odot} + 12^h$  der Sonne von der *mittleren Sonnenzeit*, bei der der Lauf der Sonne über ein Jahr gemittelt wird. Der Stundenwinkel  $t = t(\odot) + 12^h$  dieser gleichförmig laufenden „mittleren Sonne“ ist die mittlere Sonnenzeit. Die Differenz beschreibt die *Zeitgleichung*

$$Z := t_W - t = t_{\odot} - t(\odot) \quad (2.12)$$

Die Sonnenzeit (sowohl  $t$  als auch  $t_W$ ) ändert sich mit der geografischen Länge des Beobachters.

Die mittlere Sonnenzeit  $t$  ist das historische Maß unserer Zeitrechnung im Alltag. Eine Sonnenuhr zeigt durch ihre Schattenrichtung dagegen die wahre Position der Sonne an. Diese macht am gleichen Ort zur gleichen Uhrzeit im Verlauf des Jahres eine Schleife, das *Analemma*.

Eine Taschensonnenuhr kann überall auf der Erde verwendet werden. Am äußeren Drehring stellt man den Breitengrad des Aufenthaltsorts ein. Der schwarze Datumsschieber im Inneren der Uhr wird auf den aktuellen Monat gestellt. Dann klappt man den inneren Teil um  $90^\circ$  nach außen und lässt die Uhr am Band hängen. Die Uhr wird jetzt gedreht, bis auf der Zeitskala ein Lichtpunkt erscheint, der die wahre Ortszeit angibt.

Die Berechnung des Sonnenstands und damit der wahren Sonnenzeit erfordert eine genaue Kenntnis der Erdbahn und wird im Kapitel „Himmelsmechanik“ beschrieben.

Eine grobe Näherung für die Zeitgleichung erhält man mit

$$\begin{aligned} L &\approx \frac{\text{Tag} - 79}{365} \cdot 2\pi, & M &\approx \frac{\text{Tag} - 3}{365} \cdot 2\pi \\ Z &\approx -7.6^m \sin M + 9.7^m \sin 2L \end{aligned} \quad (2.13)$$

wobei Tag = 1 vom 1. Januar bis Tag = 365 am 31. Dezember gezählt wird. Diese Näherung kann allerdings um bis zu 1.5 Minuten abweichen, und eignet sich daher nicht für genaue Zeitkorrekturen.

Die Zeitgleichung für das Jahr 2006 zeigt Abb. 2.2, die Abweichung für andere Jahre ist die Verschiebung des Jahresanfangs um einen Tagesbruchteil und im Bild kaum zu bemerken. Man kann es also getrost für alle Jahre verwenden, um die Zeitgleichung auf die Minute genau abzulesen.

Die mittlere Sonnenzeit im Nullmeridian (Greenwich) ist UT1. Sie ist eine astronomische Zeit, die durch die Erdrotation definiert ist. Sie schwankt pro Tag um 0 bis 3 Millisekunden und geht langfristig langsamer als TAI, da die wahre astronomische Tageslänge geringfügig länger als 24h ist. Beispielsweise war die Korrektur zu UTC am 20.05.2005  $-0.613\text{s}$ , am 25.05.2005  $-0.616\text{s}$  und im September 2005  $-0.595\text{s}$ . Die Zeitkorrektur wird laufend durch Methoden der Astrometrie bestimmt<sup>8</sup>, und mit dem aus TAI abgeleiteten Zeitsignal UTC verglichen. Summiert sich die Differenz auf etwa 0.9 Sekunden, wird in UTC an einem ausgezeichneten Datum (meist beim Jahreswechsel) eine Schaltsekunde eingefügt (oder gegebenenfalls ausgelassen), sodass die Differenz UTC – UT1 immer kleiner als eine Sekunde bleibt. Der Abstand zu kontinuierlich fortlaufenden Zeiten (TAI und TT) wird aber zunehmend größer.

Statt UT1 kann man UTC verwenden, wenn die Genauigkeit nicht besser als 1 Sekunde sein muss.

Über die letzten 2700 Jahre hat die Tageslänge im Mittel um  $1.70 \cdot 10^{-5}\text{s/a}$  zugenommen. Hauptursache ist die Abbremsung der Erdrotation durch die Gezeitenreibung. Ein mittlerer astronomischer Tag ist heute wieder ziemlich genau 86400s, im Jahre 1990 dauerte er dagegen im Mittel 86400.002s, und 1867 waren es im Mittel 86399.997s.

<sup>8</sup> UT0 = aus Positionen der GPS-Satelliten gemessene Position des Meridians; UT1 = UT0 korrigiert auf Polwanderung; UT2 = UT1 korrigiert auf saisonale mittlere Geschwindigkeitsvariationen der Erddrehung.

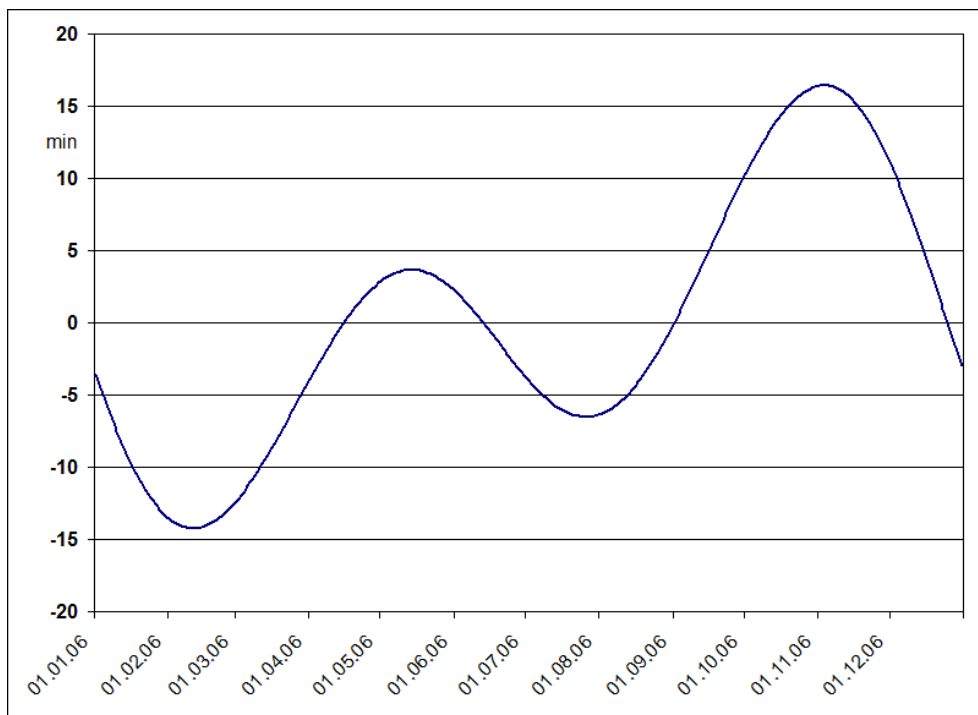


Abb. 2.2 Zeitgleichung für das Jahr 2006.

Die historische Länge eines Tages kann aus astronomischen Aufzeichnungen, insbesondere genauen Daten von Stand und Phase des Mondes und von Mond- und Sonnenfinsternissen, berechnet werden. Früheste Daten von Finsternissen existieren seit 721 v.Chr. Daraus wurde zunächst eine Beschleunigung der scheinbaren Bewegung von Sonne und Mond berechnet. Diese können zurückgeführt werden auf eine Änderung der Monatslänge und eine Änderung der Tageslänge.

### 2.3.6 Ortszeit und Zonenzeit

Die mittlere und die wahre Sonnenzeit sind *Ortszeiten*, die vom Längengrad abhängen.

Damit größere Regionen eine gemeinsame Zeit haben, gibt es die *Zonenzeiten*, die meist die Ortszeit des am nächsten gelegenen durch 15 teilbaren Längengrads sind. Zeitzonengrenzen sind aber Staatsgrenzen, und die Mitteleuropäische Zeit (MEZ) ist die Ortszeit bei 15° östlicher Länge, gilt aber in Ländern zwischen 8° westlicher Länge und 30° östlicher Länge. weicht also von der Ortszeit um bis zu 1.5h ab.

Sommerzeit (Daylight Saving Time) ist eine um 1 Stunde vorgehende Zonenzeit, die in der hellen Jahreszeit in vielen Ländern verwendet wird (im Sommer auf der Nordhalbkugel, im südlichen Sommer, also wenn bei uns Winter ist, auf der Südhalbkugel). In Deutschland gilt die Mitteleuropäische Sommerzeit

$$\text{MESZ} = \text{MEZ} + 1 \text{ h}$$

vom letzten Sonntag im März 2:00 MEZ = 3:00 MESZ (1:00 UTC) bis zum letzten Sonntag im Oktober 3:00 MESZ = 2:00 MEZ (1:00 UTC).

### 2.3.7 Kalender

Die meisten alten Kulturen hatten einen Mondkalender (Lunarkalender), der die Mondphasen des synodischen Monats als natürlichen Kalender verwendete. Da das Klima und damit die Jahreszeiten aber an den Stand der Sonne gekoppelt sind, wurde das Mondjahr langfristig dem tropischen Sonnenjahr angeglichen, oft durch Einschieben eines 13. Schaltmonats. Die gemeinsame Periode von Sonnenjahr und synodischem Monat ist der Meton-Zyklus<sup>9</sup> von 19 Jahren bzw. 235 Monaten.

Bis heute rechnen nach diesem Schema der jüdische, der islamische und der chinesische Kalender. Beim islamischen Kalender wandert der Jahresanfang durch die Jahreszeiten. Der jüdische und der chinesische Kalender gleichen die Länge des Sonnenjahres durch gelegentliches Einfügen eines Schaltmonats aus.

Das chinesische Jahr beginnt Ende Januar/Anfang Februar. Der traditionelle chinesische Kalender wird heute in China nur zur Berechnung von Festen benutzt, sowohl die Volksrepublik China als auch Republik China (Taiwan) wie auch die meisten anderen asiatischen Länder verwenden aber offiziell den gregorianischen Kalender. Der traditionelle Kalender wird aus exakten astronomischen Ereignissen am Meridian von Peking ( $116^{\circ}25'$  östl. Länge) berechnet. Zwölf Zhongq teilen die Ekliptik in 12 Teile von jeweils  $30^{\circ}$ , wobei die Sonnenwenden und Tag- und Nachtgleichen vier der zwölf Zhongq sind. Der mittlere zeitliche Abstand zwischen zwei Zhongq beträgt somit  $1/12$  eines tropischen Jahres oder 30.437 Tage und ist etwas länger als der mittlere synodische Monat von 29.531 Tagen. Die individuelle Zeit zwischen zwei Zhongq schwankt dagegen zwischen 29.44 und 31.44 Tagen, die eines synodischen Monats zwischen 29.27 und 29.84 Tagen. Der Neumond fällt immer auf den ersten Tag eines Monats. Die Wintersonnenwende fällt immer auf den 11. Monat. Wird ein Schaltmonat notwendig, so ist es der erste Monat zwischen zwei Wintersonnenwenden, auf den kein Zhongq fällt. Der Schaltmonat erhält dieselbe Zahl wie der vorherige Monat. Es kommt aber auch vor, dass auf einen Monat zwei Zhongq fallen oder dass auf einen Monat kein Zhongq fällt, der kein Schaltmonat ist.

Die Maya hatten einen Sonnenkalender von 365 Tagen und einen rituellen Kalender von 260 Tagen = 20 „Wochen“ zu je 13 Tagen, die 20 Tagnamen fielen somit auf unterschiedliche Tagnummern, sodass Name und Nummer einen eindeutigen Tag im 260-Tage-Zyklus bezeichnete. Das Sonnenjahr hatte 18 Zyklen zu je 20 Tagen und 5 extra Tage und begann mit der Wintersonnenwende. Alle 52 Jahre fielen die Tage des rituellen Kalenders wieder auf die gleichen Sonnenkalendertage ( $52 \times 365 = 73 \times 260$ ). Die Azteken übernahmen den Kalender der Maya.

In seiner ältesten Form war der römische Kalender ein Lunarkalender mit 10 Monaten, der bald darauf auf 12 Monate erweitert wurde. Dieser römische Mondkalender hatte den Jahresbeginn im März. Die Monatsnamen September, Oktober, November und Dezember (lat. 7, 8, 9 und 10) erinnern noch immer daran. Gelegentlich wurden Schaltmonate eingeschoben, um das Jahr wieder mit den Jahreszeiten zu synchronisieren. Im Jahre 153 v.Chr. wurde der Jahresbeginn auf den Amtsbeginn der Konsuln, den 1. Januar verlegt.

Jahreszahlen wurden im römischen Kalender erst nach der Julianischen Kalenderreform verwendet, die Zählung begann mit der Gründung der Stadt Rom („ab urbe condita“) im Jahr 753 v.Chr.

Im Jahre 46 v.Chr. führte Julius Caesar, der in Ägypten das Sonnenjahr mit 365.25 Tagen kennengelernt hatte, den *Julianischen Kalender* ein, der alle 4 Jahre einen Schalttag nach dem 24. Februar einfügt. 1582 berücksichtigte Papst Gregor XIII, dass ein Jahr nicht 365.25 Tage, sondern 365.2425 Tage lang ist, und verfügte, dass die inzwischen angesammelte Datumsverschiebung dadurch wettgemacht wurde, dass er 10 Tage ausließ: nach dem 4. Oktober 1582 folgte der 15. Oktober. Als Schalttag wurde in allen durch 4 teilbaren Jahren der 29. Februar eingefügt. In Zukunft wurde der Schalttag zu allen durch 100, aber nicht durch 400 teilbaren Jahren ausgesetzt. In 400 Jahren fallen also 3 Schalttage weg, was einer Jahreslänge von 365.2425 Tagen entspricht. Dieser *Gregorianische Kalender* wurde nach und nach auch in den protestantischen Ländern anerkannt. Nach diesen Regeln sind die Jahre 1900 und 2100 keine Schaltjahre, wohl aber das Jahr 2000.

Der Stand der Mittagssonne ist am gleichen Kalendertag immer gleich – abgesehen von winzigen Korrekturen. Die Jahreszeiten beginnen jeweils an einer der ausgezeichneten Positionen der Sonne. Die Äquinoktien im Frühling (Frühlingsanfang in der nördlichen Hemisphäre, am 20. oder 21. März, beim Durchgang der wahren Sonne durch den Frühlingspunkt) und Herbst (22. oder 23. September), wenn die Sonne in der Äquatorebene steht, sind die einzigen Tage, an denen Tag- und Nachtgleiche überall auf der Erde herrscht. Die beiden anderen ausgezeichneten Positionen sind die Wendepunkte, an denen die Sonne ihren nördlichsten (Sommersonnenwende, 20. oder 21. Juni) und südlichsten Stand

<sup>9</sup> nach dem Athener Gelehrten Meton 432 v.Chr.

**Tab. 2.2** Astronomischer Frühlingsanfang ( $\Upsilon$ ) und Periheldurchgang (P) der Erde.

Jahr	Datum $\Upsilon$	Datum P
2003	21. März 1:00 UTC	4. Jan. 05 <sup>h</sup> UTC
2004	20. März 6:47 UTC	4. Jan. 18 <sup>h</sup> UTC
2005	20. März 12:33 UTC	2. Jan. 01 <sup>h</sup> UTC
2006	20. März 18:26 UTC	4. Jan. 15 <sup>h</sup> UTC
2007	21. März 0:07 UTC	3. Jan. 20 <sup>h</sup> UTC
2008	20. März 5:48 UTC	3. Jan. 00 <sup>h</sup> UTC
2009	20. März 11:44 UTC	4. Jan. 15 <sup>h</sup> UTC
2010	20. März 17:32 UTC	3. Jan. 00 <sup>h</sup> UTC
2011	20. März 23:21 UTC	3. Jan. 19 <sup>h</sup> UTC
2012	20. März 5:14 UTC	5. Jan. 00 <sup>h</sup> UTC
2013	20. März 11:02 UTC	2. Jan. 05 <sup>h</sup> UTC
2014	20. März 16:57 UTC	4. Jan. 12 <sup>h</sup> UTC
2015	20. März 22:45 UTC	4. Jan. 07 <sup>h</sup> UTC
2016	20. März 4:30 UTC	2. Jan. 23 <sup>h</sup> UTC
2017	20. März 10:28 UTC	4. Jan. 14 <sup>h</sup> UTC
2018	20. März 16:15 UTC	3. Jan. 06 <sup>h</sup> UTC
2019	20. März 21:58 UTC	3. Jan. 05 <sup>h</sup> UTC
2020	20. März 3:49 UTC	5. Jan. 08 <sup>h</sup> UTC
2021	20. März 9:37 UTC	2. Jan. 14 <sup>h</sup> UTC
2022	20. März 15:33 UTC	4. Jan. 07 <sup>h</sup> UTC

(Wintersonnenwende, 21. oder 22. Dezember) erreicht, also maximale und minimale Deklination hat. Die Neigung der täglichen Sonnenbahn-Ebene<sup>10</sup> gegen die Horizontebene ist zu jeder Jahreszeit gleich  $90^\circ - |\beta|$ .

Der genaue Verlauf der Erdbewegung und die Tatsache, dass das tropische Jahr keine ganze Zahl von Tagen hat, was durch die Schalttage ausgeglichen wird, führt in jedem Jahr zu etwas anderen Daten für den astronomischen Frühlingsanfang (Tabelle 2.2).

### 2.3.8 Julianisches Datum

Um eine fortlaufende Zeitskala zu haben, hat 1583 der französische Gelehrte Joseph Scaliger ein System eingeführt, das die Tageszahl von einem Datum 0 an verwendete. Dabei sollte Tag 1 besondere Signifikanz haben, er sollte ein Sonntag und 1. Januar in einem Schaltjahr sein, auf einen Neumond fallen und ein Jahr mit Römischer Volkszählung (Censusjahr, alle 15 Jahre) sein. Ein solcher Tag wiederholt sich in einem „Julianischen Zyklus“ von 7980 Jahren. Das letzte solche Datum war nach Scalinger der 1. Januar 4713 v.Chr. (= B.C.; das ist ein Schaltjahr, da zwischen 1 v.Chr. und 1 n.Chr. oder 1 A.D. kein Jahr 0 existiert!). Dieses Datum schien ihm geeignet, da die geschriebene Geschichte nach diesem Datum lag. Da Scaliger noch mit dem Julianischen Jahr von 365.25 Tagen rechnete, verlor der Tag 1 nach der Gregorianischen Kalenderreform seine Signifikanz.

Die Berechnung des Julianischen Datums aus einem **Gregorianischen** Kalenderdatum (Jahr = yyyy, Monat mm, Tag dd) ist

$$\begin{aligned}
 y &= \text{yyyy} - 1 \\
 j &= \lfloor y \cdot 36525/100 \rfloor - \lfloor y/100 \rfloor + \lfloor y/400 \rfloor + \text{dd} + 1721425 \\
 \text{mm} > 2 ? : j &= j + \lfloor (\text{mm} + 1) \cdot 153/5 \rfloor - 63 + s
 \end{aligned}$$

<sup>10</sup> die tägliche Sonnenbahn ist durch die Erddrehung gegeben, die jährliche (Ekliptik) durch die Erdbahn!

$$\text{mm} = 2 ? : j = j + 31$$

wobei von jedem Term nur der ganzzahlige Anteil ( $\lfloor x \rfloor =$  größte ganze Zahl  $\leq x$ ) genommen wird, und  $s = 1$  für ein Schaltjahr  $yyyy$ , sonst  $s = 0$ . Das Julianische Datum ist dann  $JD = j$ . Statt der letzten beiden Zeilen kann man die Zahl der Tage für die vollen Monate auch aus einer kleinen Tabelle nehmen: 0, 31, 59, 90, 120, 151, 181, 212, 243, 273, 304, 334 und für ein Schaltjahr 0, 31, 60, 91, 121, 152, 182, 213, 244, 274, 305, 335. Ein Schaltjahr ist ein Jahr, das ohne Rest durch 4, aber nicht durch 100 teilbar ist, sowie jedes Jahr, das ohne Rest durch 400 teilbar ist. Formal bedeutet das<sup>11</sup>

$$\begin{aligned} \text{wenn } y \bmod 400 = 0 \text{ oder } (y \bmod 4 = 0 \text{ und } y \bmod 100 \neq 0) : s = 1 \\ \text{sonst } : s = 0 \end{aligned}$$

In der Astronomie wird das Julianische Datum um einen Nachkommaanteil ergänzt, der die Zeit nach 12:00 im Nullmeridian (UTC) angibt, zur Zeit  $hh:mm:ss$  UTC  $JD = j + (\text{hh} - 12)/24 + \text{mm}/1440 + \text{ss}/86400$ . Um mit kleineren Zahlen zu operieren, wurde das modifizierte Julianische Datum eingeführt:

$$MJD = JD - 2400000.5 \quad (2.14)$$

das die Tage seit 17.11.1858 um 0:00 UTC zählt.

### 2.3.9 Jahr

Ein physikalischer Umlauf der Erde im Koordinatensystem der umgebenden Fixsterne dauert ein *siderisches Jahr*

$$Y_s = 365.256363 \text{ d} \quad (2.15)$$

(Epoche 2000.0). Alle Angaben in Tagen sind physikalische oder SI-Tage zu 24 h, also 86400 SI-Sekunden. Der astronomische Tag als synodische Rotationsdauer der Erde weicht davon geringfügig ab, was durch die Schaltsekunden der UTC-Zeit ausgeglichen wird.

Ein Umlauf der Erde von Perihel zu Perihel dauert ein *anomalistisches Jahr* von

$$Y_a = 365.259636 \text{ d} \quad (2.16)$$

(Epoche 2000.0). Die Periheldrehung von  $360^\circ$  in etwa 112000a wird durch die anderen Planeten und durch relativistische Korrekturen zur Newtonschen Gravitation bewirkt.

Ein Umlauf der Erde von Frühlingspunkt zu Frühlingspunkt dauert ein *tropisches Jahr*

$$Y_t = 365.242188 \text{ d} \quad (2.17)$$

(Epoche 2000.0). Das tropische Jahr nimmt etwa  $5.3 \text{ s} = 1.7 \cdot 10^{-7} \text{ a}$  pro 100a ab. Die Änderung im Jahr 2000 war  $\dot{Y}_t = -1.685 \cdot 10^{-9}$  mit  $\Delta Y_t = \dot{Y}_t \Delta t$ .

Die Jahreszeiten folgen dem Stand der Sonne und damit dem tropischen Jahr. Die ausgezeichneten Positionen sind die Äquinoktien im Frühling (20./21. März) und Herbst, wo die Sonne in der Äquatorebene steht. An diesen Zeitpunkten herrscht Tag- und Nachtgleiche überall auf der Erde. Die beiden anderen ausgezeichneten Positionen sind die Wendepunkte, an denen die Sonne ihren nördlichsten und südlichsten Stand (maximale und minimale Deklination) erreicht. Der Name *tropisches Jahr* bezieht sich ursprünglich nicht auf den Frühlingspunkt, sondern auf die Wendepunkte:  $\tau\rho\pi\epsilon\iota\nu$  heißt wenden.

Es ist kürzer als das siderische Jahr, da wegen der Präzession der Erdachse der Frühlingspunkt wandert.

<sup>11</sup>  $x \bmod y$  ( $x$  modulo  $y$ ) ist der Rest von  $x$  bei Division durch  $y$ , zum Beispiel  $7 \bmod 3 = 1$ .

Dabei wird eine gleichmäßige mittlere Erdbewegung zugrunde gelegt, nicht die wahre Bewegung, die wegen der Verschiebung des Perihels relativ zum Frühlingspunkt und der Exzentrizität der Erdbahn zu stets leicht unterschiedlichen Zeiten zwischen zwei Frühlingspunktdurchgängen führt (siehe Tab. 2.2). Dazu kommen Bahnstörungen durch die anderen Planeten, die unregelmäßige Schwankungen der Länge des wahren tropischen Jahres bewirken:

2000 → 2001 :	365 d 5 h 55 m 28 s
2001 → 2002 :	365 d 5 h 45 m 26 s
2002 → 2003 :	365 d 5 h 43 m 37 s
2003 → 2004 :	365 d 5 h 48 m 52 s
2004 → 2005 :	365 d 5 h 44 m 47 s
2005 → 2006 :	365 d 5 h 52 m 10 s

Da die Neigung der Erdachse zur Sonne die Jahreszeiten bestimmt, ist unser Kalender dem tropischen Jahr angepasst. Ein Kalenderjahr hat daher  $Y_t = 31556925$  s (auf 0.5% genau sind das  $\pi \cdot 10^7$  s).

Auch das Perihel wird in verschiedenen Jahren zu unterschiedliche Zeiten erreicht (siehe Tab 2.2).

Als Recheneinheit für Zeit wird meist das *Julianische Jahr* von exakt 365.25 d (à 86400s, also  $1a \equiv 31557600$ s) verwendet, sowie das *Julianische Jahrhundert* von 36525 d.

### 2.3.10 Sternenbahnen am Himmel

Aufgrund der Erdbewegung beschreiben die Fixsterne Kreisbahnen an der Himmelssphäre. Bei *Zirkumpolarsternen* liegt die gesamte Bahn über dem Horizont. Sie haben einen kleineren Winkelabstand zum Himmelspol als der Beobachter zum Äquator. Auf der nördlichen Hemisphäre ist das der Himmelsnordpol, also  $90^\circ - \delta < \beta$ . Auf der südlichen Hemisphäre haben sie einen kleineren Winkelabstand zum Himmelssüdpol als der Beobachter zum Äquator,  $90^\circ + \delta < -\beta$ .

Die *obere Kulmination* ist die Sternposition mit der größten Höhe, die *untere Kulmination* mit der kleinsten Höhe. Die Kulminationspunkte sind (bis auf winzige Korrekturen) identisch mit den Schnittpunkten der Bahn mit dem Meridian, die obere Kulmination ist der *Transit* oder Meridiandurchgang mit der geringsten Zenitdistanz. Die untere Kulmination ist der Meridiandurchgang mit der größten Zenitdistanz. Nur wenn diese  $z < 90^\circ$  ist, haben wir einen Zirkumpolarstern. Die untere Kulmination aller anderen Sterne liegt unter dem Horizont, und es gibt an einem Sternentag einen Aufgang und einen Untergang an den Schnittpunkten der Bahn mit der Horizontebene.

Die Zenitdistanzen und Höhen der oberen und unteren Kulmination bei der geographischen Breite  $\beta$  (Abb. 2.3) sind

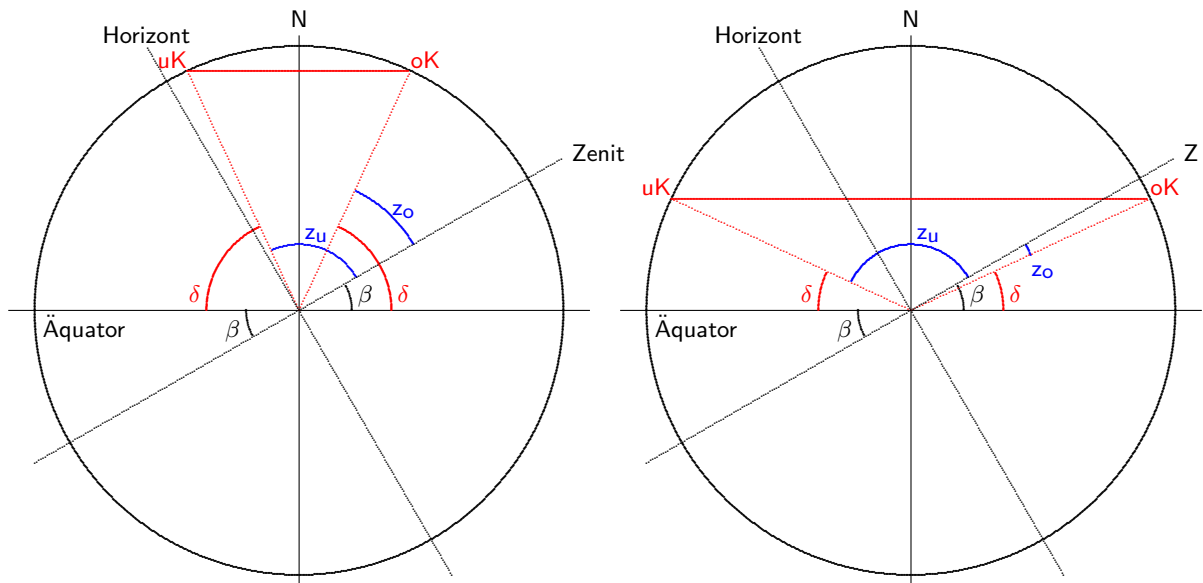
$$\begin{aligned} z_o &= |\beta - \delta| \\ h_o &= 90^\circ - |\beta - \delta| \\ z_u &= 180^\circ - |\beta + \delta| \\ h_u &= -90^\circ + |\beta + \delta| \end{aligned}$$

Bei Zirkumpolarsternen ist  $h_u > 0$ , also  $|\beta + \delta| > 90^\circ$ .

### 2.3.11 Sternzeit

Die wahre *Sternzeit*  $t_*$  (siderische Zeit<sup>12</sup>) ist der Stundenwinkel des Frühlingspunkts. Sie ist wie die Sonnenzeit eine Ortszeit. Da die Erdbahn im Vergleich zum Fixsternhimmel sehr klein ist, gibt es

<sup>12</sup> sie sollte besser *tropische Zeit* heißen, da der Stundenwinkel eines mittleren Fixsterns wegen der Präzession der Erde etwas langsamer fortschreitet



**Abb. 2.3** Die Projektion auf die Meridianebene zeigt die Zenitdistanzen  $z_o$  und  $z_u$  der oberen und unteren Kulmination (oK, uK). Die beiden Beispiele der nördlichen Hemisphäre ( $\beta > 0$ ) zeigen links die Bahn eines Zirkumpolarsterns mit  $\beta + \delta > 90^\circ$  und  $\delta > \beta$  und rechts eines Sterns mit  $\delta < \beta$ . Die obere Kulmination ist im linken Beispiel nördlich ( $z_o = \delta - \beta$ ), im rechten südlich vom Zenit ( $z_o = \beta - \delta$ ). Die Kreisbahn des Sterns ist in dieser Projektion die Linie zwischen uK und oK.

nur Korrekturen auf Grund der Nutation der Erdachse. Diese sind sehr klein, sodass man statt der wahren i. A. die gleichförmige mittlere Sternzeit verwenden kann. Bei nahen Sternen korrigiert man die Koordinaten im Verlauf des Jahres (Parallaxe).

Die Rotationsperiode der Erde ist ein *siderischer Tag* oder *Sterntag* und dauert  $\Delta t_* = 24^h$  oder  $\Delta t = 23.93447\text{h} = 86164.09\text{s}$ . Bezogen auf die mittlere Achse Erde–Sonne ist die Rotationsperiode länger, da das Fortschreiten des Bahnwinkels der Erde noch überwunden werden muss, also um genau eine Rotationsperiode ( $360^\circ$ ) in einem Jahr. Sie dauert einen *mittleren Sonnentag* (auch synodischer Tag oder bürgerlicher Tag genannt) von 24h. Daher ist

$$\Delta t_* = \frac{Y_t + 1\text{d}}{Y_t} \Delta t \tag{2.18}$$

Ein echter siderischer Tag im System der Fixsterne ist um etwa 0.009s länger als ein Sterntag von  $\Delta t_* = 24^h$ , der sich auf den Frühlingspunkt bezieht.

### 2.3.11.1 Berechnung der Sternzeit

Näherungsweise kann man die Sternzeit berechnen, wenn man den letzten astronomischen Frühlingsanfang (meist am 20. März) kennt. Zu diesem Zeitpunkt war der Stundenwinkel der wahren Sonne  $t_\odot = t_W - 12^h$  gleich der Sternzeit. Die Zeitgleichung beträgt am 20. März zwischen  $Z = -8 \dots -7$  min, also ist zu diesem Zeitpunkt  $t_* = t_W - 12^h \approx t - 12^h 07^m$ . Sind seither  $d$  Tage vergangen, ist die Differenz

$$t_* - t \approx -12^h 07^m + 24^h \frac{d}{Y_t} \tag{2.19}$$

Dabei ist  $t$  die mittlere Sonnenzeit als **Ortszeit**, nicht die Zonenzeit oder UTC. Ein „Rechenschieber“ für diese lineare Beziehung ist die drehbare Sternkarte: Wenn man die aktuelle Ortszeit auf das aktuelle Datum einstellt, kann man den Stundenwinkel des Frühlingspunkts ablesen.



Ausgangspunkt für eine genauere Berechnung ist die UT1-Zeit, die aber auf eine Sekunde genau mit der UTC-Zeit übereinstimmt. Aus der mittleren Sonnenzeit  $t$  (UT1) und dem Julianischen Datum  $JD$  (mit Nachkommaanteil,  $0.5 = 0:00$ ) rechnet man

$$\begin{aligned} D_{2000} &= JD - 2451545.0 \\ t_{\text{GMS}} &= \left( t + 6.6974^h + \frac{24^h}{Y_t} D_{2000} \right) \bmod 24^h \end{aligned} \quad (2.20)$$

Dabei ist  $t_{\text{GMS}}$  die mittlere Sternzeit im Nullmeridian in Stunden (GMST = Greenwich Mean Sidereal Time),  $18.6974^h$  ist die GMST am 1.1.2000 12:00 UT1 und  $Y_t = 365.242188$  ist die Länge des tropischen Jahres in Tagen. Diese Formel berücksichtigt die genaue tropische Jahreslänge im Januar 2000 und die Tatsache, dass die Sternzeituhr im Laufe eines tropischen Jahres gegenüber einer mittleren Sonnenuhr um 24h vorgeht.

Die Änderung der tropischen Jahreslänge berücksichtigt die folgende Formel [1]:

$$t_{\text{GMS}} = \left[ 6.69737483^h + \frac{24^h}{Y_t} D_{2000} + t + 0.000026^h \left( \frac{D_{2000}}{36525} \right)^2 \right] \bmod 24^h$$

Der Zusatzterm beträgt am 1. Januar 2007 0.01s.

Die wahre Sternzeit  $t_{\text{GAS}} = t_{\text{GMS}} + E$  im Nullmeridian (GAST = Greenwich Apparent Sidereal Time) erhält man durch Addition der Equinox-Gleichung

$$E = \Delta\psi \cos \epsilon$$

wobei  $\epsilon$  die Schiefe der Ekliptik zum Datum ist. Die Nutation wird von der International Astronomical Union durch eine Reihe mit 1365 Termen mit je 6 Koeffizienten sehr genau numerisch berechnet. Eine für praktische Zwecke ausreichende Approximation für die Nutation in Länge ist

$$\Delta\psi = -0.000319^h \sin \Omega_{\zeta} - 0.000024^h \sin 2L \quad (2.21)$$

mit der Länge des aufsteigenden Mondknotens

$$\Omega_{\zeta} = 125.04^\circ - 0.052954^\circ \cdot D_{2000} \quad (2.22)$$

und der mittleren Länge der Sonne  $L$

$$L = 280.461^\circ + \frac{360^\circ}{Y_t} \cdot D_{2000} \quad (2.23)$$

Diese Korrekturen betragen stets weniger als 1.2s.

Die mittlere oder wahre lokale Sternzeit erhält man durch Addition der lokalen Länge (in  $^h$ )

$$t_* = t_G + \lambda$$

An der Sternwarte Rostock ist  $\lambda = 0.8052^h = 48^m 19^s$ .

### 2.3.12 Astrolabien

Die *drehbare Sternkarte* ist eine moderne Variante des *Astrolabiums*. Beim Einstellen der Ortszeit auf das Datum berechnet man die Sternzeit, die Koordinaten der Sterne sind dann Deklination und Stundenwinkel. Die Umrechnung in das Horizontsystem hängt nur von der geografischen Breite ab: für jede Breite (in Schritten, die der Genauigkeit der Karte angepasst sind) gibt es eine eigene drehbare Sternkarte.

Das Astrolabium ist seit der Spätantike bekannt. Das Instrument ermöglicht astronomische und astrologische Berechnungen und eine Zeitbestimmung. Die ältesten erhaltenen Astrolabien stammen aus dem 10. Jahrhundert. In Gebrauch blieb das Astrolabium bis ins 18. Jahrhundert.

Das Astrolabium stellt ein Erde-Himmel-Modell dar mit feststehender Erde und sich drehendem Sternhimmel. Bei den modernen drehbaren Sternkarten steht der Himmel fest, und beweglich sind die irdischen Bezugslinien: Horizont, Höhenkreise, Azimutlinien. Die vollständige Bezeichnung *Astrolabium planisphaerium* weist auf das Hauptproblem hin, nämlich auf die Darstellung der Himmelskugel in einer Ebene. Die Aufgabe ist mittels stereographischer Projektion aus dem Himmelspol gelöst. Das klassische Astrolabium besteht aus mehreren Teilen: Der Grundkörper (Mater) hat die Form eines Kreises. Die Vertiefung des Grundkörpers dient zur Aufnahme der Einlegscheiben (Tympan) für verschiedene geographische Breite, sowie der darüber drehbar angebrachten Sternkarte (Rete) mit exzentrischer Sonnenbahn (Ekliptik) und Sternspitzen. Die Rückseite des Astrolabiums trägt meist Kalender- und Ekliptik-Kreis und eine 360°-Teilung am Rand. Darüber dreht sich der Doppelzeiger (Alhidade) mit den beiden gelochten Visurplättchen, den Absehen. Diese Einrichtung erlaubt Messungen von Höhenwinkeln, wobei das Instrument am Aufhänger in die Höhe gehalten wird und dann senkrecht hängt.

Hauptaufgabe des Astrolabiums ist die Zeitbestimmung: Die Höhe der Sonne oder eines Sternes wird gemessen und die Rete der Vorderseite so gedreht, dass die Sonnen-/Sternposition auf den entsprechenden Höhenkreis der untenliegenden Einlegscheibe zu liegen kommt. Am Rand kann die wahre Ortszeit abgelesen werden, da dieser Rand (bei westlichen Instrumenten) eine 2 × 12 Stunden-Teilung aufweist. Jede Seite der Einlegscheiben enthält die Horizontal-Koordinaten für eine bestimmte geographische Breite. Diese Koordinaten bestehen aus den Höhenkreisen (Almukantarat) und den Richtungskreisen oder Azimutlinien. Meist finden sich auf den Einlegscheiben auch die Grenzen der 12 astrologischen Häuser. Das Astrolabium diente nicht nur der mathematischen Astronomie, sondern auch der Astrologie, denn die Sternkundigen der vergangenen Jahrhunderte waren Astronomen und Astrologen zugleich.

## 2.4 Sterne

Einige Sterne tragen Namen, die meist aus dem Arabischen übernommen wurden oder die aus der griechischen Mythologie stammen. Eine Auswahl arabischer Sternnamen findet man in Abb. 2.4. Darüberhinaus werden Sie durch ihre Zugehörigkeit zu einem Sternbild charakterisiert.

In *Sternkatalogen* sind sie durch Nummern eindeutig bestimmt, die oft mit ihrer Position verknüpft sind.

Frühe Sternkarten mit Positionsangaben wurden im China des 3. und 4. Jahrhunderts v. Chr. von den Astronomen Shi Shen, Gan De und Wu Xian angefertigt. Eine Kopie dieser Karten aus dem 10. Jahrhundert n. Chr. ist bis heute erhalten.

Der erste überlieferte Sternkatalog geht auf Klaudios Ptolemaios (*Κλαύδιος Πτολεμαῖος* ca. 150 n. Chr.) zurück, der eine Erweiterung der aufgezeichneten Sternpositionen von Hipparch (ca. 150 v. Chr.) darstellt. Sein Weltbild war geozentrisch, die Planetenbewegungen erklärte er durch Epizykel, kleine Kreisbahnen, deren Mittelpunkte auf einer Kreisbahn um die Erde liefen. Sein Sternkatalog, der in seinen 13 Büchern *Μαθηματικῆς Σύνταξης*<sup>13</sup>, enthalten ist, wurde im arabischen Kulturraum als *al Migist* überliefert und im 13. Jahrhundert als *Almagest* im Abendland rückübersetzt. Der *Almagest* wurde in Europa bis ins 17. Jahrhundert verwendet.

In der *Uranometria* von Johann Bayer (1603) hat jeder Stern einen griechischen Buchstaben, gefolgt vom Namen des Sternbildes (z. B.  $\delta$  UMa = Delta Ursae Maioris = Megrez). Die *Historia Coelestis*

<sup>13</sup> übersetzt etwa *Lehren von den Ordnungen*, auch *Ἡ Μεγάλη Σύνταξις* = die große Abhandlung, später *Μεγίστη Σύνταξις* = größte Abhandlung genannt.

Deutscher Name	Arabisch	Transkription	Bedeutung
Achernar	اخر النهر	'cr 'l nhr	Ende des Flusses
Aldebaran	الدبران	'l dbr 'n	der Verfolgende
Alfirk	الفرق	'l frq	die Schafherde
Algenib	الجنب	'l gnb	die Flanke, Seite
Alpheratz	الفرس	'l frs	das Pferd, Stute
Algol	الغول	'l cwl	der Ghul (Dämon)
Atair	الطاير	'l t 'jr	der Vogel
Beteigeuze	يدالجوزا	jd 'l gwz'	Hand des Mittleren (auch: geschecktes Schaf)
Cursa	كرسي	krsj	Stuhl
Deneb	ذنب	ðnb	Schwanz
Dubhe	دب	db	Bär
Fomalhaut	فم الحوت	fm 'l hwt	Mund des Fisches
Megrez	مقرز	mqrz	Wurzel (des Schwanzes)
Merak	مراق	mrq	Lende
Mizar	ميزر	mjzr	Lendenschurz
Ras Algethi	راس الجاثي	r 's 'l gθj	Kopf des Knienden
Rigel	رجل	rgl	Fuß
Thuban	ثعبان	θ 'b 'n	Drache, Schlange
Wega	واقى	w 'qj	herabstürzender (Vogel)

**Abb. 2.4** Beispiele für Sternnamen arabischen Ursprungs. Wie in frühen arabischen Schriften üblich, werden keine Vokale notiert. Die Transkription verwendet ' für die Kehlkopfverschlusslaute 'alif und 'ain, c steht für einen ch-Laut, und g wird (außer in Ägypten) wie dsch gesprochen, z ist ein stimmhaftes s, ð und θ sind die aus dem Englischen bekannten th-Zischlaute. Der Stern Mizar ist in arabischen Texten ein anderer Stern als bei uns heute. Viele Namen wurden im Laufe der Zeit stark verändert, Jad-al-gausa beispielweise zu Beteigeuze.

*Brittanica* von John Flamsteed (1712) enthält ca. 2900 Sterne. Da das griechische Alphabet nicht ausreichte, verwendete Flamsteed statt des Buchstabens eine Nummer aufsteigend in Rektaszension ( $\delta$  UMa = 69 UMa).

Die *Bonner Durchmusterung* von 1863 (BD) ist ein Sternkatalog mit 324198 Sternen im Deklinationsbereich zwischen  $+89^\circ$  und  $-2^\circ$ , der bis zur Größenklasse 9 vollständig ist, aber auch einige Sterne geringerer Helligkeit enthält (Epoche 1855). Die *Südliche Bonner Durchmusterung* von 1881 (manchmal SD statt BD) enthält zusätzlich 133659 Sterne. In der Zeit von 1892 bis 1914 wurde an der Sternwarte Córdoba (Argentinien) die Erweiterung bis zum südlichen Himmelspol durchgeführt. Die *Cordoba-Durchmusterung* (CD) umfasst weitere 578000 Sterne. Die *Cape Photographic Durchmusterung* von 1896 (CpD) war eine Durchmusterung mit Hilfe der Astrofotografie von 450000 Sternen. Die Nummerierung besteht aus der Deklination (in Grad mit Vorzeichen) und einer fortlaufenden Nummer.

Friedrich Argelander begann 1849 an der fünf Jahre zuvor eingeweihten Sternwarte Bonn mit einer Durchmusterung des Himmels. Bis zum Mai 1852 beobachtete und katalogisierte er 17000 Sterne. Die Durchmusterung war noch nicht abgeschlossen, als Argelander ein noch größeres Projekt in Angriff nahm, die „große Durchmusterung“, wobei alle Sterne bis zur 9. Größenklasse der nördlichen Hemisphäre erfasst werden sollten. Bis 1863 vermaßen und katalogisierten Argelander und seine Assistenten Adalbert Krüger und Eduard Schönfeld 324198 Sterne. Schönfeld wurde 1875 Argelanders Nachfolger als Direktor der Bonner Sternwarte. Zwischen 1875 und 1881 erweiterte er die Bonner Durchmusterung um den südlichen Teil aller gerade noch in Bonn sichtbaren Sterne (Südliche Durchmusterung).

Der *Bright Star Catalog*, auch Yale Catalog, ist der Nachfolger des Harvard Revised Photometry Catalog, der 1908 von Edward Pickering veröffentlicht wurde. Er enthält alle Sterne bis zur 6. Größenklasse, die durch eine Nummer identifiziert sind (HR für Harvard Revised). Die erste Auflage erschien 1930, aktuell ist die 5. Auflage von 1991, die online verfügbar ist und 9110 Objekte enthält. Davon sind inzwischen 14 als Novae oder extragalaktische Objekte erkannt. Neben der Bayer-Bezeichnung und der Flamsteed-Bezeichnung sind die Eigenbewegung, Magnitude, Parallaxe, Spektraltyp und weitere Daten sowie Kommentare zu den Sternen aufgeführt.

Zu den modernen großen Katalogen gehört der des Smithsonian Astrophysical Observatory (SAO-Katalog) mit 250000 Sternen aus Beobachtungen der 60er-Jahre, der Hipparcos- und Tycho-Katalog (HIP und TYC) aus den Daten des Hipparcos-Satelliten mit über 2 Millionen Sternen, und der Guide Star Catalog des Hubble-Projects (GSC, 1 Milliarde Sterne).

Zum Beispiel hat der Stern *Ras Algethi* die Bezeichnungen  $\alpha$  Her (Alpha Herculi nach Bayer), 64 Her (nach Flamsteed), TYC 990-2133-1 (im Tycho-Katalog), HIP 84345 (im Hipparchos-Katalog), HD 156014 (im Henry Draper Katalog), HR 6406 (Yale Bright Star Catalog), SAO 102680 (SAO-Nummer), BD +14 3207 (Bonner Durchmusterung).

Veränderliche Sterne wurden von Argelander nach dem Bayer-Schema, aber mit Buchstaben R bis Z statt der griechischen Buchstaben benannt. Diese wenigen Namen reichten aber bald nicht mehr aus, weshalb die meisten veränderlichen Sterne Doppelbuchstaben tragen, z.B. *RR Lyr*. Auch Bezeichnungen mit V, gefolgt von einer Nummer, sind heute im Gebrauch.

### 2.4.1 Scheinbare und absolute Helligkeit

In der Astronomie verwendet man ein logarithmisches Maß für die Helligkeit, die *Größenklasse* oder *Magnitude*<sup>14</sup>

$$m = -2.5 \lg \frac{F}{F_0} \quad (2.24)$$

Dabei ist  $F$  der Strahlungsfluss bei der Erde, und  $F_0$  definiert die Skala. Ursprünglich wurde die Skala durch eine Reihe von Sternen festgelegt. So hat die Wega 0<sup>m</sup>.03. Heute ist die visuelle Helligkeit mit der Einheit der Beleuchtungsstärke lx (Lux) verknüpft:

$$m = -2.5 \lg s_V / \text{lx} - 14 \quad (2.25)$$

Das Minuszeichen bewirkt, dass hellere Sterne eine kleinere Magnitude haben. Ein gesundes, adaptiertes Auge kann Objekte bis etwa 6<sup>m</sup> wahrnehmen. Einige Beispiele gibt Tabelle 2.3.

Name	Größenklasse $m$
Mizar (Deichselstern) $\zeta$ <i>UMa</i>	2.3
Alkor (Reiterlein) 80 <i>UMa</i>	4.0
Antares $\alpha$ <i>Sco</i>	1.0
Atair $\alpha$ <i>Aql</i>	0.8
Beteigeuze $\alpha$ <i>Ori</i>	0.5
Prokyon $\alpha$ <i>CMi</i>	0.4
Rigel $\beta$ <i>Ori</i>	0.12
Kapella $\alpha$ <i>Aur</i>	0.08
Wega $\alpha$ <i>Lyr</i>	0.03
Arktur $\alpha$ <i>Boo</i>	-0.04
Sirius $\alpha$ <i>CMa</i>	-1.5
Sonne	-26.8

<sup>14</sup> lat. *magnitudo* = Größe

Die Helligkeit einer Lichtquelle nimmt umgekehrt proportional zur ausgeleuchteten Fläche ab. Für Punktquellen wie ferne Sterne im Abstand  $r$  bedeutet dies,  $\sim 1/r^2$ . Die absolute Helligkeit  $M$  eines Sternes errechnet sich daher aus der scheinbaren Helligkeit  $m$  und seinem Abstand  $r$

$$M = m - 2.5 \lg \left( \frac{r}{10 \text{ pc}} \right)^2 = m - 5 \lg \frac{r}{10 \text{ pc}} \quad (2.26)$$

wenn man von Absorption im interstellaren Medium absieht. Sie entspricht also der scheinbaren Helligkeit eines Sterns im Abstand 10 pc.

### 2.4.2 Spektralklassifikation und Hertzsprung-Russell-Diagramm

Im Hertzsprung-Russell-Diagramm (abgekürzt HRD) ist ein Stern durch zwei Größen eindeutig charakterisiert: Die *Spektralklasse* (die physikalisch seine Oberflächentemperatur beschreibt) und die Leuchtkraft. Während die Spektralklasse aus den Spektrallinien bestimmt wird, trägt man im modernen HRD den Logarithmus der Temperatur auf. Der Zusammenhang ist zwar monoton, aber nicht linear. Die Leuchtkraft wird ebenfalls logarithmisch aufgetragen,  $\lg L$  ist dabei proportional zur absoluten Helligkeit  $M$ .

Das HRD geht zurück auf den Amerikaner Henry N. Russell, der es auf einer Tagung der Royal Astronomical Society in London im Juni 1913 zum ersten Mal vorstellte. Sein Vortrag auf der Tagung der Astronomical and Astrophysical Society of America im Dezember 1913 wurde in *Popular Astronomy* abgedruckt. Der Däne Ejnar Hertzsprung hatte aber bereits 1909 Korrelationen zwischen Temperatur (Farbe) und Leuchtkraft untersucht und ähnliche Diagramme gezeigt.

Die Spektralklasse wird durch einen Kennbuchstaben und in feinerer Abstufung durch die Ziffern 0 bis 9 (manchmal weiter unterteilt von 0.0 bis 9.9) beschrieben (Harvard-Klassifikation, Tabelle 2.4). Die Reihenfolge der Buchstaben von heißen zu kalten Sternen folgt dem

Merkspruch: „**O**h, **B**e **A** Fine **G**irl, **K**iss **M**e“

Die Spektralklasse L für Braune Zwergsterne ist relativ jung und nicht allgemein gebräuchlich.

Bereits 1866 hat der Jesuitenpater Angelo Secchi mit einem Prisma Spektren von etwa 4000 Sternen analysiert und vier Spektralklassen eingeführt. Von 1886 bis 1897 wurden etwa 220000 Sterne am Harvard College Observatory und in Arequipa im Rahmen des Henry Draper Memorial Survey mit und ohne Objektiv-Prisma fotografiert. Edward Pickering und Williamina Fleming teilten 1890 die Spektren ein nach der Stärke der Wasserstoff-Balmer-Linien von A (stark) bis Q (schwach). Die heutigen Spektralklassen entstanden in Harvard nach 1900 (Arbeiten von Annie Cannon und Antonia Maury). Viele Feinabstufungen des A-Q-Schemas waren eher zufällig, und man nutzte die Linien anderer chemischer Elemente als Zusatzinformation für eine zuverlässigere Klassifikation. So blieben nur A B F G K M O als wohldefinierte Typen übrig. Als Annie Cannon den Zusammenhang mit der Oberflächentemperatur entdeckte, wurde die Reihenfolge neu definiert, und O (besonders heiße, blaue Sterne) kam an den Anfang. Sie verfeinerte diese neuen Klassen durch Hinzufügen einer Ziffer und der Sonderklassen N, R und S und trug ihre Resultate zwischen 1911 und 1924 in den Henry Draper Catalog ein. Im Laufe der Zeit bekam sie Routine in der Beurteilung von Sternspektren und klassifizierte drei Sterne pro Minute. Die nicht verwendeten Buchstaben wurden teilweise für andere Sterntypen neu definiert (L, N und Q).

Als zweiter Parameter dient die Leuchtkraft, die bei gegebener Temperatur nur noch von der Größe (Oberfläche) des Sterns abhängt. Um der Korrelation zwischen Spektralklasse und Leuchtkraft Rechnung zu tragen, verwendet man die *Leuchtkraftklasse*. Das heute gebräuchliche System wurde von William W. Morgan und Philip C. Keenan entwickelt und wird als *MK-System* oder *Yerkes-System* (die beiden arbeiteten am Yerkes-Observatorium der University of Chicago, das in Wisconsin am Lake Geneva liegt) bezeichnet:

- I Überriese  
weiter unterteilt in Ia-0, Ia, Iab, Ib

**Tab. 2.4** Spektralklassen nach dem Harvard-System. Die Oberflächentemperatur ist für Hauptreihensterne angegeben. Für Riesen ist die Temperatur bei gleicher Spektralklasse etwas niedriger.

Klasse	Eigenschaften	Farbe	Temperatur [K]
O	He II	blau	30000–50000
B	He I, H	blau-weiß	9900–30000
A	H, Ca II	weiß	7400–9900
F	Ca II, Metalle, H	weiß	6000–7400
G	Ca II, Fe I, Metalle	weiß-gelb	4900–6000
K	Metalle, TiO	gelb-orange	3500–4900
M	Ca I, TiO, Metalle I	rotorange	2000–3350
L	Brauner Zwerg	braun	1500–2000
C	Kohlenstoff	kühler Sondertyp	1900–5400
S	ZrO, YO, LaO	kühler Sondertyp	2000–3500

- II heller Riese
- III Riese
- IV Unterriese
- V Hauptreihenstern (früher: Zwerg)
- VI Unterzwerg
- VII Weißer Zwerg

Die Spektralklassen R und N werden heute meist unter C zusammengefasst. Für Weiße Zwerge findet man auch die Klassifizierung DA, DB, DC, DQ, DX, DZ mit einer Ziffer  $n$ , die die Oberflächentemperatur wiedergibt:  $n = 50400 \text{ K}/T$ .

Unsere Sonne ist ein G2V-Stern. Andere bekannte Sterne des Nordhimmels sind Beteigeuze (M2 Ib), Rigel (B8 Ia), Sirius (A1 V) und Aldebaran (K5 III).

### 2.4.3 Sternpositionen

Sternpositionen werden in Sternkatalogen üblicherweise durch Deklination und Rektaszension angegeben.

Die jährliche Parallaxe erlaubt eine Korrektur dieser Koordinaten, die bei nahen Sternen erforderlich ist. Der Kehrwert der Parallaxe (in  $''$ ) ist die Entfernung des Sterns in pc. Die Aberration ist eine entfernungsunabhängige Korrektur aufgrund der Bahngeschwindigkeit der Erde. Beide Korrekturen werden unten genauer beschrieben.

Die *Epoche* bezeichnet das Datum der Beobachtung. Bei Sternen mit messbarer Eigenbewegung wird die Positionsänderung von diesem Datum an gerechnet.

Datumsberechnungen nach Bessel werden mit einem B gekennzeichnet, z. B. die Epoche B1950.0. Eine Besselsche Epoche ist von B1900.0 um  $(JD - 2415020.31352)/365.24218781$  Jahre getrennt. Julianische Epochen mit Kennbuchstaben J lösten im auslaufenden 20. Jahrhundert die Besslepochen ab. Eine Julianische Epoche ist von J2000.0 um  $(JD - 2451545.0)/365.25$  Jahre getrennt. Die Zeit von J2000.0 ist 12:00 TT (Terrestrial Time) oder 11:58:55.816 UTC. Astronomische Positionsmessungen und -berechnungen erreichen allerdings nicht die Genauigkeit, die eine so präzise Definition suggeriert.

Das *Equinox* (oder Äquinoktium) bezeichnet das Datum, auf das die Koordinaten für die Präzession der Erdachse korrigiert wurden. Der Frühlingspunkt dieses Datums ist der Referenzpunkt des verwendeten Koordinatensystems.

Beispiel: Die Position eines Sterns wird am 1. Januar 1950 gemessen. Diese Koordinaten haben Epoche und Äquinoktium 1950.0. Unter Berücksichtigung der Präzession werden die Koordinaten auf das Jahr

2000 umgerechnet. Diese Koordinaten haben Äquinoktium 2000.0, aber immer noch Epoche 1950.0. Erst wenn auch die Eigenbewegung berücksichtigt wird, hat man die Position für die Epoche 2000.0, also die Koordinaten, an denen der Stern am Neujahrstag 2000 stand. Korrekturen der Nutation bleiben dabei i. A. unberücksichtigt.

#### 2.4.4 Eigenbewegung

Die Eigenbewegung von Sternen in tangentialer Richtung (an der „Himmelsphäre“) kann als Veränderung ihrer Position beobachtet werden.

Die Eigenbewegung in radialer Richtung (auf uns zu oder von uns weg) misst man mit Hilfe der Dopplerverschiebung bekannter Spektrallinien.

Licht ist (wie Radiowellen, Infrarotstrahlung oder Röntgenstrahlung) eine elektromagnetische Welle, die sich im Vakuum mit Lichtgeschwindigkeit  $c$  ausbreitet. Daher ist der Zusammenhang zwischen Frequenz  $\nu$  und Wellenlänge  $\lambda$

$$c = \lambda\nu$$

Bewegt sich ein Beobachter mit Geschwindigkeit  $v$  auf die Quelle zu, so treffen die Wellenberge in schnellerer Folge auf, bewegt er sich von der Quelle weg, treffen sie in langsamerer Folge auf. Er beobachtet also eine Zunahme (bzw. Abnahme) der Frequenz und eine Verkürzung (bzw. Vergrößerung) der Wellenlänge. Dies ist der Dopplereffekt.

Es ergibt sich ein Wellenlängen- oder Frequenzverhältnis

$$1 + z := \frac{\lambda_{\text{Beobachter}}}{\lambda_{\text{Quelle}}} = \frac{\nu_{\text{Quelle}}}{\nu_{\text{Beobachter}}} \approx \frac{c + v}{c}$$

bzw.

$$z := \frac{\nu_{\text{Quelle}} - \nu_{\text{Beobachter}}}{\nu_{\text{Beobachter}}} = \frac{\lambda_{\text{Beobachter}} - \lambda_{\text{Quelle}}}{\lambda_{\text{Quelle}}}$$

wobei

$$z = \beta = \frac{v}{c} \tag{2.27}$$

ist und  $z > 0$  bedeutet, dass  $v > 0$  von der Quelle weg gerichtet ist, und die Wellenlänge zunimmt (Rotverschiebung).

Die klassische Rechnung gilt aber nur für kleine Geschwindigkeiten  $\beta \ll 1$ . Wenn man an den Bereich  $z = 1$  herankommt, muss man die relativistische Dopplerformel verwenden.

#### 2.4.5 Relativistischer Dopplereffekt

Bei kleinen Geschwindigkeiten können relativ zueinander bewegte Koordinatensysteme durch die Galileitransformation ineinander umgerechnet werden. Der akustische Dopplereffekt kann mit dieser Transformation zwischen den Bezugssystemen der Schallquelle, des Mediums und des Beobachters hergeleitet werden. Das Medium, z. B. Luft, definiert das Bezugssystem, in dem sich der Schall mit Schallgeschwindigkeit ausbreitet.

Für elektromagnetische Wellen gibt es kein Medium und damit auch kein zugehöriges Bezugssystem. Dieser Umstand war es, der Albert Einstein dazu führte, statt der Galileitransformation die Lorentztransformation zu verwenden, unter der die Lichtgeschwindigkeit  $c$  in jedem Bezugssystem den gleichen Wert annimmt.

Für zwei Koordinatensysteme, die sich relativ zueinander längs der  $x$ -Achse mit der Geschwindigkeit  $v = \beta c$  bewegen, gilt die *Lorentz-Transformation*

$$\begin{aligned} x' &= \gamma(x - \beta ct) \\ y' &= y \\ z' &= z \\ ct' &= \gamma(ct - \beta x) \end{aligned} \tag{2.28}$$

mit  $\gamma := 1/\sqrt{1 - \beta^2}$ . Bekannte Konsequenzen dieser Transformation, die auch die Zeit transformiert und damit die Gleichzeitigkeit verschiedener Ereignisse systemabhängig macht, sind die *Lorentzkontraktion* von Längen und die *Zeitdilatation*.

Die Größen Energie-Impuls und Kreisfrequenz-Wellenvektor werden durch die gleichen Transformationen von einem System ins andere umgerechnet.

*Dopplereffekt* bezeichnet genau wie in der Akustik den Effekt, dass von einer relativ zum Beobachter bewegten Quelle ausgesandte elektromagnetische Wellen im System des Beobachters eine andere Frequenz haben als im System der Quelle.

Bewegt sich das Sende-System' mit  $\beta = v/c$  in  $x$ -Richtung und trifft ein Lichtstrahl unter dem Winkel  $\theta$  zur Bewegungsrichtung (s. Skizze) auf den Beobachter, so ist die beobachtete Frequenz

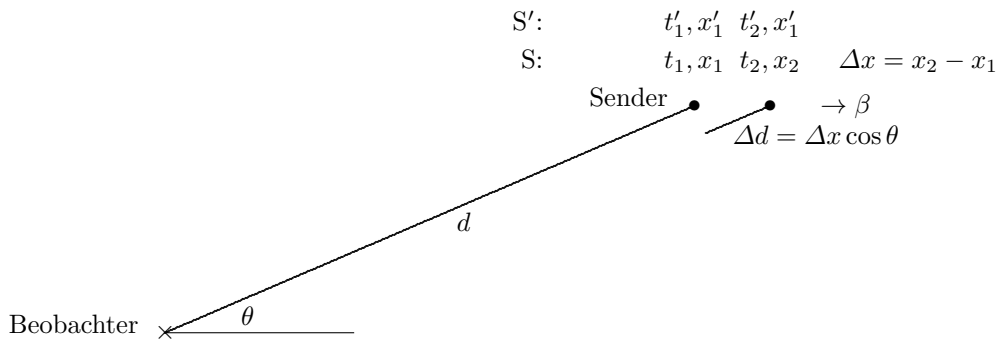
$$\nu = \nu' \frac{1}{\gamma(1 + \beta \cos \theta)}$$

Zum Beweis wendet man die Lorentztransformation auf eine Welle mit  $\omega = ck$  an:

$$\omega' = \gamma(\omega + \beta ck_x) = \gamma(\omega + \beta ck \cos \theta) = \gamma\omega(1 + \beta \cos \theta) \implies \nu' = \nu\gamma(1 + \beta \cos \theta) \tag{2.29}$$

Der Winkel  $\theta$  zwischen Ausbreitungsrichtung und  $x$ -Achse (Bewegungsrichtung) wird im ungestrichenen System des Beobachters gemessen. Im Sende-System ist der Winkel  $\theta'$  i. A. verschieden von  $\theta$  (Aberration).

Man erhält den Dopplereffekt auch über die Raum-Zeit-Transformation:



$$\begin{aligned} ct_1^{\text{receive}} &= ct_1^{\text{send}} + d \\ ct_2^{\text{receive}} &= ct_2^{\text{send}} + d + \Delta d \\ &= ct_2^{\text{send}} + d + \Delta x \cos \theta \\ cT = ct_2^{\text{receive}} - ct_1^{\text{receive}} &= ct_2^{\text{send}} - ct_1^{\text{send}} + \Delta x \cos \theta \\ &= c(t_2^{\text{send}} - t_1^{\text{send}})(1 + \beta \cos \theta) \\ &= \gamma cT'(1 + \beta \cos \theta) \end{aligned}$$



Dabei bewirkt die Zeitdilatation den Faktor  $\gamma$ , die Änderung der Distanz  $d$  durch die Bewegung den Faktor  $(1 + \beta \cos \theta)$ .

Die Dopplerverschiebung für kleine Geschwindigkeiten  $\beta$  ist

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\nu - \nu'}{\nu} = -[(\gamma - 1) + \beta\gamma \cos \theta] \approx -\left[\beta \cos \theta + \frac{\beta^2}{2}\right]$$

Eine Rotverschiebung  $\nu < \nu'$  entspricht  $\cos \theta > 0$ , d. h. Beobachtung in Fluchtrichtung. Eine Blauverschiebung  $\nu > \nu'$  entspricht  $\cos \theta < 0$ , d. h. die Quelle kommt auf den Beobachter zu.

Die *Rotverschiebung*  $z$  ist definiert als

$$1 + z = \frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{\nu'}{\nu} = \gamma(1 + \beta \cos \theta)$$

oder

$$z = (\gamma - 1) + \beta\gamma \cos \theta$$

Für eine Fluchtbewegung ( $\theta = 0$ ) ist

$$\begin{aligned} z &= (\gamma - 1) + \beta\gamma & (2.30) \\ 1 + z &= \gamma(1 + \beta) = \sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}} \\ \beta &= 1 - \frac{2}{z^2 + 2z + 2} \end{aligned}$$

und für  $\beta \ll 1$  ist  $z \approx \beta$  wie in (2.27).

#### 2.4.6 Equinox-Korrektur

Die Umrechnung von Äquatorkoordinaten für verschiedene Positionen des Frühlingspunkts (Equinox) erhält man aus der Verschiebung des Frühlingspunkts durch die Präzession der Erdachse. Im Januar 1900 waren dies pro Jahr

$$\begin{aligned} \Delta\lambda_0 &= 50.256'' \\ \Delta\beta_0 &= 0.050'' \\ \Delta\delta_0 &= 20.047'' \\ \Delta\alpha_0 &= 46.085'' \\ p_0 &= 50.371'' \\ p_P &= 0.125'' \\ \epsilon &= 23.4523^\circ \\ \Delta\epsilon &= -0.468'' \end{aligned}$$

in ekliptikaler Länge und Breite bzw. in Deklination und Rektaszension. Die Lunisolarpräzession bewirkt eine Verschiebung um  $p_0$  längs der Ekliptik, der Einfluss der anderen Planeten eine Verschiebung um  $p_P$  längs des Äquators. Die Schiefe der Ekliptik (Neigung der Erdachse gegen die Erdbahnachse) verringert sich jedes Jahr um  $\Delta\epsilon$ . Diese Parameter sind verknüpft:

$$\begin{aligned} \Delta\beta_0 &= p_P \sin \epsilon \\ \Delta\lambda_0 &= p_0 - p_P \cos \epsilon \\ \Delta\delta_0 &= p_0 \sin \epsilon = \Delta\lambda_0 \sin \epsilon + \Delta\beta_0 \cos \epsilon \\ \Delta\alpha_0 &= \Delta\lambda_0 \cos \epsilon - \Delta\beta_0 \sin \epsilon \end{aligned}$$

Im Januar 2000 waren die Parameter

$$\begin{aligned}\Delta\delta_0 &= 20.043'' \\ \Delta\alpha_0 &= 46.124'' \\ \epsilon &= 23.43928^\circ \\ \Delta\epsilon &= -0.4684''\end{aligned}$$

Eine Sternposition ändert sich um

$$\begin{aligned}\Delta\alpha &= \Delta\alpha_0 + \Delta\delta_0 \tan \delta \sin \alpha \\ \Delta\delta &= \Delta\delta_0 \cos \alpha\end{aligned}$$

Diese Formeln werden in Polnähe ( $\delta \approx 90^\circ$ ) ungenau. Eine gleichmäßige Genauigkeit erreicht man durch Transformation in kartesische Koordinaten, Anwendung einer Rotationsmatrix und Rücktransformation in Polarkoordinaten.

#### 2.4.6.1 Korrektur durch Nutation

Die Nutation der Erdachse kann man durch folgende Näherung korrigieren:

$$\begin{aligned}\Delta\alpha &= (0.9175 + 0.3978 \sin \alpha \tan \delta) \cdot \Delta L - \cos \alpha \tan \delta \cdot \Delta E \\ \Delta\delta &= 0.3978 \cos \alpha \cdot \Delta L + \sin \alpha \cdot \Delta E\end{aligned}$$

mit

$$\begin{aligned}\Delta L &= -17.3'' \sin(125.04^\circ - 0.052954^\circ \cdot D_{2000}) - 1.4'' \sin(200.0^\circ + 1.97129^\circ \cdot D_{2000}) \\ \Delta E &= 9.4'' \cos(125.04^\circ - 0.052954^\circ \cdot D_{2000}) + 0.7'' \cos(200.0^\circ + 1.97129^\circ \cdot D_{2000})\end{aligned}$$

und  $D_{2000} = JD - 2451545.0$ , der Zahl von Tagen seit 2000.0.

#### 2.4.7 Doppelsterne

Hier interessieren uns nur *visuelle Doppelsterne* als Beobachtungsobjekte. Sie können gravitativ gebunden sein mit typischen Umlaufzeiten zwischen 1 und 10000 Jahren. In Sternkatalogen findet man ihren Winkelabstand zu verschiedenen Epochen und die relative Stellung. Der Positionswinkel (PA = position angle) ist die Richtung vom helleren zum dunkleren Partner relativ zur Deklinationsachse (nach N  $0^\circ$ , nach O  $90^\circ$ , nach S  $180^\circ$ , nach W  $270^\circ$ ).

Daneben gibt es die *scheinbaren* oder *optischen Doppelsterne*, die zwar einen geringen Winkelabstand haben, aber von uns ganz unterschiedlich weit entfernt sind und sich nicht gravitativ beeinflussen.

Der wichtigste Doppelsternkatalog ist der Washington Double Star Catalog (WDS, [2]). Bahnelemente findet man im Sixth Catalog of Orbits of Visual Binary Stars.

#### 2.4.8 Unsere Nachbarn

Der nächste Stern ist *Proxima Centauri* (HIP 70890) in 4.2LJ Entfernung ( $\Pi = 0.769''$ ). Es ist ein kleiner M5V-Stern der Helligkeit  $m = 11$ . In seiner Nähe ist das Doppelsternsystem  $\alpha$  Cen (HR 5459 und HR 5460), etwa 4.4LJ entfernt von uns ( $\Pi = 0.747''$ ). Die beiden Sterne mit  $m = 0.0$  und  $1.3$  sind vom Typ G2V und K1V.

Auch Barnards Stern (HIP 87937, BD +04 3561a) ist ein roter Zwerg vom Typ M4V ( $m = 9.5$ ) in 6.0LJ Entfernung mit einer ausgeprägten Eigenbewegung. Er wird in den nächsten 10000 Jahren der Sonne auf 3.8LJ nahe kommen. Der nächstliegende große Stern ist Sirius ( $\alpha$  CMa, HR 2491, Typ A1V,  $m = -1.5$ ) im Abstand von 8.6LJ.

## 2.5 Andere Objekte außerhalb des Sonnensystems

Neben den Sternen, die auch in Fernrohren nur als Lichtpunkte erscheinen, werden auch ausgedehnte Objekte beobachtet. Sie wurden als *Nebel* zusammengefasst.

Charles Messier fertigte eine Liste von 103 Nebeln an, die 1781 als *Messier-Katalog* veröffentlicht wurde. Später wurden 7 weitere Objekte hinzugefügt. Der aktuelle Katalog ist in Tabelle 2.5 wiedergegeben.

Einige bekannte Objekte aus dem Messier-Katalog sind M1 = Krebsnebel (Crab-Nebel), M8 = Lagunennebel, M17 = Omeganebel (Hufeisennebel), M20 = Trifidnebel, M27 = Hantelnebel (Dumbbell Nebula), M31 = Andromeda-Galaxie, M33 = Dreiecksnebel, M42 = Orionnebel, M44 = Krippe (Praesepe, Beehive Cluster) M45 = Plejaden, M51 = Whirlpool-Galaxie, M57 = Ringnebel, M97 = Eulennebel, M104 = Sombrero-Galaxie.

Namen wie M1-1 bis M1-80 bezeichnen dagegen Nebel aus dem Minkowski-Katalog [3] von 1946.

Der *New General Catalogue* (NGC) mit 7840 Nebeln wurde 1888 von John L. E. Dreyer publiziert und 1895 und 1908 um den *Index Catalogue* und den *Second Index Catalogue* (IC) ergänzt.

Nebel bezeichnen sehr unterschiedliche Objekte:

- Objekte in unserer Galaxis sind *planetarische Nebel* (P) um alte Sterne oder durch Anregung aus der Umgebung leuchtende Gas- und Staubwolken (N, SN = Überreste einer Supernova) im interstellaren Raum.
- Objekte innerhalb der Galaxis oder im Halo sind *offene Sternhaufen* (oH) mit irregulären Grenzen und *Kugelsternhaufen* (KH).
- Objekte außerhalb unserer Galaxis sind andere Galaxien.

Die Klassifizierung von Galaxien nach Hubble umfasst *elliptische Galaxien* (eG) und *Spiralgalaxien* (SG). Eine Sonderform der Spiralgalaxien sind die *Balkengalaxien*.

Der Andromedanebel ist eine Spiralgalaxie mit den Katalognummern M31 (Messier) und NGC 224.

Tab. 2.5 Messier-Katalog, Epoche 2000.0 ( $r$ = Entfernung).								
Nr.	NGC	Sternb.	Typ	$\alpha$	$\delta$	$m_V$	$\varnothing$ [']	$r$ [kLJ]
M1	1952	Tau	SN	05 <sup>h</sup> 34.5 <sup>m</sup>	+22°01'	8.4	6 × 4	6.3
M2	7089	Aqr	KH	21 <sup>h</sup> 33.5 <sup>m</sup>	−00°49'	6.5	12.9	37.9
M3	5272	CVn	KH	13 <sup>h</sup> 42.2 <sup>m</sup>	+28°23'	6.2	16.2	33.9
M4	6121	Sco	KH	16 <sup>h</sup> 23.6 <sup>m</sup>	−26°32'	5.6	26.3	7.2
M5	5904	Ser	KH	15 <sup>h</sup> 18.6 <sup>m</sup>	+02°05'	5.6	17.4	24.5
M6	6405	Sco	oH	17 <sup>h</sup> 40.1 <sup>m</sup>	−32°13'	4.2	25.0	1.6
M7	6475	Sco	oH	17 <sup>h</sup> 53.9 <sup>m</sup>	−34°49'	4.1	80.0	0.8
M8	6523	Sgr	N	18 <sup>h</sup> 03.8 <sup>m</sup>	−24°23'	6.0	90 × 40	5.2
M9	6333	Oph	KH	17 <sup>h</sup> 19.2 <sup>m</sup>	−18°31'	7.7	9.3	26.7
M10	6254	Oph	KH	16 <sup>h</sup> 57.1 <sup>m</sup>	−04°06'	6.6	15.1	14.4
M11	6705	Sct	oH	18 <sup>h</sup> 51.1 <sup>m</sup>	−06°16'	6.3	14.0	6
M12	6218	Oph	KH	16 <sup>h</sup> 47.2 <sup>m</sup>	−01°57'	6.7	14.5	16.0
M13	6205	Her	KH	16 <sup>h</sup> 41.7 <sup>m</sup>	+36°28'	5.8	16.6	25.1
M14	6402	Oph	KH	17 <sup>h</sup> 37.6 <sup>m</sup>	−03°15'	7.6	11.7	29.0
M15	7078	Peg	KH	21 <sup>h</sup> 30.0 <sup>m</sup>	+12°10'	6.2	12.3	33.6
M16	6611	Ser	oH	18 <sup>h</sup> 18.8 <sup>m</sup>	−13°47'	6.4	7.0	7
M17	6618	Sgr	N	18 <sup>h</sup> 20.8 <sup>m</sup>	−16°11'	7.0	11.0	5
M18	6613	Sgr	oH	18 <sup>h</sup> 19.9 <sup>m</sup>	−17°08'	7.5	9.0	4.9
M19	6273	Oph	KH	17 <sup>h</sup> 02.6 <sup>m</sup>	−26°16'	6.8	13.5	28.4
M20	6514	Sgr	N	18 <sup>h</sup> 02.6 <sup>m</sup>	−23°02'	9.0	28.0	5.2
M21	6531	Sgr	oH	18 <sup>h</sup> 04.6 <sup>m</sup>	−22°30'	6.5	13.0	4.25
M22	6656	Sgr	KH	18 <sup>h</sup> 36.4 <sup>m</sup>	−23°54'	5.1	24.0	10.4
M23	6494	Sgr	oH	17 <sup>h</sup> 56.8 <sup>m</sup>	−19°01'	6.9	27.0	2.15
M24	6603	Sgr	Milchstr.	18 <sup>h</sup> 16.9 <sup>m</sup>	−18°29'	4.6	90	10
M25		Sgr	oH	18 <sup>h</sup> 31.6 <sup>m</sup>	−19°15'	6.5	40.0	2
M26	6694	Sct	oH	18 <sup>h</sup> 45.2 <sup>m</sup>	−09°24'	8.0	15.0	5
M27	6853	Vul	P	19 <sup>h</sup> 59.6 <sup>m</sup>	+22°43'	7.4	8.0 × 5.7	1.25
M28	6626	Sgr	KH	18 <sup>h</sup> 24.5 <sup>m</sup>	−24°52'	6.8	11.2	18.6
M29	6913	Cyg	oH	20 <sup>h</sup> 23.9 <sup>m</sup>	+38°32'	7.1	7.0	4.0
M30	7099	Cap	KH	21 <sup>h</sup> 40.4 <sup>m</sup>	−23°11'	7.2	11.0	26.1
M31	224	And	SG	00 <sup>h</sup> 42.7 <sup>m</sup>	+41°16'	3.4	178 × 63	2900
M32	221	And	eG	00 <sup>h</sup> 42.7 <sup>m</sup>	+40°52'	8.1	8 × 6	2900
M33	598	Tri	SG	01 <sup>h</sup> 33.9 <sup>m</sup>	+30°39'	5.7	73 × 45	3000
M34	1039	Per	oH	02 <sup>h</sup> 42.0 <sup>m</sup>	+42°47'	5.5	35.0	1.4
M35	2168	Gem	oH	06 <sup>h</sup> 08.9 <sup>m</sup>	+24°20'	5.3	28.0	2.8
M36	1960	Aur	oH	05 <sup>h</sup> 36.1 <sup>m</sup>	+34°08'	6.3	12.0	4.1
M37	2099	Aur	oH	05 <sup>h</sup> 52.4 <sup>m</sup>	+32°33'	6.2	24.0	4.4
M38	1912	Aur	oH	05 <sup>h</sup> 28.4 <sup>m</sup>	+35°50'	7.4	21.0	4.2
M39	7092	Cyg	oH	21 <sup>h</sup> 32.2 <sup>m</sup>	+48°26'	4.6	32.0	0.825
M40		UMa	Doppelst.	12 <sup>h</sup> 22.4 <sup>m</sup>	+58°05'	8.4	0.8	0.51
M41	2287	CMa	oH	06 <sup>h</sup> 46.0 <sup>m</sup>	−20°44'	4.6	38.0	2.3
M42	1976	Ori	N	05 <sup>h</sup> 35.4 <sup>m</sup>	−05°27'	4.0	85 × 60	1.6
M43	1982	Ori	N	05 <sup>h</sup> 35.6 <sup>m</sup>	−05°16'	9.0	20 × 15	1.6
M44	2632	Cnc	oH	08 <sup>h</sup> 40.1 <sup>m</sup>	+19°59'	3.7	95.0	0.577
M45		Tau	oH	03 <sup>h</sup> 47.0 <sup>m</sup>	+24°07'	1.6	110.0	0.38
M46	2437	Pup	oH	07 <sup>h</sup> 41.8 <sup>m</sup>	−14°49'	6.0	27.0	5.4
M47	2422	Pup	oH	07 <sup>h</sup> 36.6 <sup>m</sup>	−14°30'	5.2	30.0	1.6
M48	2548	Hya	oH	08 <sup>h</sup> 13.8 <sup>m</sup>	−05°48'	5.5	54.0	1.5
M49	4472	Vir	eG	12 <sup>h</sup> 29.8 <sup>m</sup>	+08°00'	8.4	9 × 7.5	60000
M50	2323	Mon	oH	07 <sup>h</sup> 03.2 <sup>m</sup>	−08°20'	6.3	16.0	3
M51	5194	CVn	SG	13 <sup>h</sup> 29.9 <sup>m</sup>	+47°12'	8.4	11 × 7	37000
M52	7654	Cas	oH	23 <sup>h</sup> 24.2 <sup>m</sup>	+61°35'	7.3	13.0	5.0
M53	5024	Com	KH	13 <sup>h</sup> 12.9 <sup>m</sup>	+18°10'	7.6	12.6	59.7
M54	6715	Sgr	KH	18 <sup>h</sup> 55.1 <sup>m</sup>	−30°29'	7.6	9.1	88.7
M55	6809	Sgr	KH	19 <sup>h</sup> 40.0 <sup>m</sup>	−30°58'	6.3	19.0	17.6

**Tab. 2.5** Fortsetzung: Messier-Katalog.

Nr.	NGC	Sternb.	Typ	$\alpha$	$\delta$	$m_V$	$\varnothing$ [']	$r$ [kLJ]
M56	6779	Lyr	KH	19 <sup>h</sup> 16.6 <sup>m</sup>	+30°11'	8.3	7.1	32.9
M57	6720	Lyr	P	18 <sup>h</sup> 53.6 <sup>m</sup>	+33°02'	8.8	1.4 × 1.0	2.3
M58	4579	Vir	SG	12 <sup>h</sup> 37.7 <sup>m</sup>	+11°49'	9.7	5.5 × 4.5	60000
M59	4621	Vir	eG	12 <sup>h</sup> 42.0 <sup>m</sup>	+11°39'	9.6	5 × 3.5	60000
M60	4649	Vir	eG	12 <sup>h</sup> 43.7 <sup>m</sup>	+11°33'	8.8	7 × 6	60000
M61	4303	Vir	SG	12 <sup>h</sup> 21.9 <sup>m</sup>	+04°28'	9.7	6 × 5.5	60000
M62	6266	Oph	KH	17 <sup>h</sup> 01.2 <sup>m</sup>	-30°07'	6.5	14.1	22.5
M63	5055	CVn	SG	13 <sup>h</sup> 15.8 <sup>m</sup>	+42°02'	8.6	10 × 6	37000
M64	4826	Com	SG	12 <sup>h</sup> 56.7 <sup>m</sup>	+21°41'	8.5	9.3 × 5.4	19000
M65	3623	Leo	SG	11 <sup>h</sup> 18.9 <sup>m</sup>	+13°05'	9.3	8 × 1.5	35000
M66	3627	Leo	SG	11 <sup>h</sup> 20.2 <sup>m</sup>	+12°59'	8.9	8 × 2.5	35000
M67	2682	Cnc	oH	08 <sup>h</sup> 50.4 <sup>m</sup>	+11°49'	6.1	30.0	2.7
M68	4590	Hya	KH	12 <sup>h</sup> 39.5 <sup>m</sup>	-26°45'	7.8	12.0	33.3
M69	6637	Sgr	KH	18 <sup>h</sup> 31.4 <sup>m</sup>	-32°21'	7.6	7.1	28.0
M70	6681	Sgr	KH	18 <sup>h</sup> 43.2 <sup>m</sup>	-32°18'	7.9	7.8	29.4
M71	6838	Sge	KH	19 <sup>h</sup> 53.8 <sup>m</sup>	+18°47'	8.2	7.2	12.7
M72	6981	Aqr	KH	20 <sup>h</sup> 53.5 <sup>m</sup>	-12°32'	9.3	5.9	55.4
M73	6994	Aqr	oH	20 <sup>h</sup> 58.9 <sup>m</sup>	-12°38'	9.0	2.8	2.0
M74	628	Psc	SG	01 <sup>h</sup> 36.7 <sup>m</sup>	+15°47'	9.4	10.2 × 9.	535000
M75	6864	Sgr	KH	20 <sup>h</sup> 06.1 <sup>m</sup>	-21°55'	8.5	6.0	61.3
M76	650	Per	P	01 <sup>h</sup> 42.4 <sup>m</sup>	+51°34'	10.1	2.7 × 1.8	3.4
M77	1068	Cet	SG	02 <sup>h</sup> 42.7 <sup>m</sup>	-00°01'	8.9	7 × 6	60000
M78	2068	Ori	N	05 <sup>h</sup> 46.7 <sup>m</sup>	+00°03'	8.3	8 × 6	1.6
M79	1904	Lep	KH	05 <sup>h</sup> 24.5 <sup>m</sup>	-24°33'	7.7	8.7	42.1
M80	6093	Sco	KH	16 <sup>h</sup> 17.0 <sup>m</sup>	-22°59'	7.3	8.9	32.6
M81	3031	UMa	SG	09 <sup>h</sup> 55.6 <sup>m</sup>	+69°04'	6.9	21 × 10	12000
M82	3034	UMa	irr.Gal.	09 <sup>h</sup> 55.8 <sup>m</sup>	+69°41'	8.4	9 × 4	12000
M83	5236	Hya	SG	13 <sup>h</sup> 37.0 <sup>m</sup>	-29°52'	7.6	11 × 10	15000
M84	4374	Vir	SG	12 <sup>h</sup> 25.1 <sup>m</sup>	+12°53'	9.1	5.0	60000
M85	4382	Com	SG	12 <sup>h</sup> 25.4 <sup>m</sup>	+18°11'	9.1	7.1 × 5.2	60000
M86	4406	Vir	SG	12 <sup>h</sup> 26.2 <sup>m</sup>	+12°57'	8.9	7.5 × 5.5	60000
M87	4486	Vir	eG	12 <sup>h</sup> 30.8 <sup>m</sup>	+12°24'	8.6	7.0	60000
M88	4501	Com	SG	12 <sup>h</sup> 32.0 <sup>m</sup>	+14°25'	9.6	7 × 4	60000
M89	4552	Vir	eG	12 <sup>h</sup> 35.7 <sup>m</sup>	+12°33'	9.8	4.0	60000
M90	4569	Vir	SG	12 <sup>h</sup> 36.8 <sup>m</sup>	+13°10'	9.5	9.5 × 4.5	60000
M91	4548	Com	SG	12 <sup>h</sup> 35.4 <sup>m</sup>	+14°30'	10.2	5.4 × 4.4	60000
M92	6341	Her	KH	17 <sup>h</sup> 17.1 <sup>m</sup>	+43°08'	6.4	11.2	26.7
M93	2447	Pup	oH	07 <sup>h</sup> 44.6 <sup>m</sup>	-23°52'	6.0	22.0	3.6
M94	4736	CVn	SG	12 <sup>h</sup> 50.9 <sup>m</sup>	+41°07'	8.2	7 × 3	14500
M95	3351	Leo	SG	10 <sup>h</sup> 44.0 <sup>m</sup>	+11°42'	9.7	4.4 × 3.3	38000
M96	3368	Leo	SG	10 <sup>h</sup> 46.8 <sup>m</sup>	+11°49'	9.2	6 × 4	38000
M97	3587	UMa	P	11 <sup>h</sup> 14.8 <sup>m</sup>	+55°01'	9.9	3.4 × 3.3	2.6
M98	4192	Com	SG	12 <sup>h</sup> 13.8 <sup>m</sup>	+14°54'	10.1	9.5 × 3.2	60000
M99	4254	Com	SG	12 <sup>h</sup> 18.8 <sup>m</sup>	+14°25'	9.9	5.4 × 4.8	60000
M100	4321	Com	SG	12 <sup>h</sup> 22.9 <sup>m</sup>	+15°49'	9.3	7 × 6	60000
M101	5457	UMa	SG	14 <sup>h</sup> 03.2 <sup>m</sup>	+54°21'	7.9	22.0	27000
M102	5866	Dra	SG	15 <sup>h</sup> 06.5 <sup>m</sup>	+55°46'	9.9	5.2 × 2.3	40000
M103	581	Cas	oH	01 <sup>h</sup> 33.2 <sup>m</sup>	+60°42'	7.4	6.0	8.5
M104	4594	Vir	SG	12 <sup>h</sup> 40.0 <sup>m</sup>	-11°37'	8.0	9 × 4	50000
M105	3379	Leo	eG	10 <sup>h</sup> 47.8 <sup>m</sup>	+12°35'	9.3	2.0	38000
M106	4258	CVn	SG	12 <sup>h</sup> 19.0 <sup>m</sup>	+47°18'	8.4	19 × 8	25000
M107	6171	Oph	KH	16 <sup>h</sup> 32.5 <sup>m</sup>	-13°03'	7.9	10.0	20.9
M108	3556	UMa	SG	11 <sup>h</sup> 11.5 <sup>m</sup>	+55°40'	10.0	8 × 1	45000
M109	3992	UMa	SG	11 <sup>h</sup> 57.6 <sup>m</sup>	+53°23'	9.8	7 × 4	55000
M110	205	And	eG	00 <sup>h</sup> 40.4 <sup>m</sup>	+41°41'	8.5	17 × 10	2900

### 3. Astronomische Instrumente und Beobachtungsmethoden

Was für den Physiker das Messen ist, ist für den Astronomen die Beobachtung. Die Erforschung der Objekte im Kosmos erfordert, dass entweder die Astronomen oder ihre Messgeräte zu den Objekten fliegen oder dass Boten von den Objekten zu uns gelangen. Die erste Alternative wird durch die Raumfahrt geleistet, allerdings konnten wir bisher (und in absehbarer Zukunft) nur Objekte innerhalb unseres Sonnensystems erreichen.

Die klassische Methode ist die Untersuchung bzw. Beobachtung der Boten aus dem Kosmos. Diese Boten können Materiebrocken sein (Meteoriten) oder kleinste Teilchen: Atomkerne, Protonen, Elektronen, Neutrinos und vor allem Photonen. Besonders der kleine Ausschnitt aus dem Photonspektrum, den wir als Licht sehen, liefert seit den Anfängen der Astronomie eine Unzahl von Informationen über ferne Planeten, Sterne, Galaxien und andere Materie.

#### 3.1 Materie: Meteoriten

*Meteor* nennt man die Erscheinung eines in die Erdatmosphäre eindringenden Körpers, der durch die Luftreibung erhitzt leuchtet. Die meisten haben eine Masse von einigen Milligramm bis 1.6g und verdampfen vollständig in der Atmosphäre (Sternschnuppe). Von größeren Objekten kommt ein Teil auf der Erdoberfläche an: ein *Meteorit*. Die meisten Meteoriten stammen von der interplanetaren Materie im Sonnensystem, einige sind aber herausgeschlagene Materie unserer Nachbarplaneten (z. B. Mars) oder zerplatzte Kometen.

Mehr Informationen werden im Kapitel 5 *Unser Sonnensystem* gegeben.

#### 3.2 Teilchen als Himmelsboten

*Kosmische Strahlung* aus geladenen Teilchen (z. B. Elektronen, Protonen und leichte Atomkerne) werden durch die schwachen Magnetfelder im interstellaren Raum so stark abgelenkt, dass ihre Richtung keine Rückschlüsse auf den Ort ihrer Quelle zulässt. Sie dringen daher aus allen Richtungen in unsere Atmosphäre ein, wo sie mit Materie wechselwirken, und sekundäre *Höhenstrahlung* (z. B. Pionen und Myonen) auslösen. Heute misst man solche Teilchen bei höchsten Energien durch Beobachtung von Luftschauern.

Am wenigsten beeinflusst werden *Neutrinos* auf ihrer Bahn zur Erde.

#### 3.3 Licht

Das Licht erlaubte seit jeher die Beobachtung astronomischer Objekte mit bloßem Auge.

Die Höhe von Sternen maßen die Astronomen des späten Mittelalters mit großen, fest verankerten Mauerquadranten. Nach der Erfindung des Fernrohrs wurden diese durch weniger große *Meridiankreise* abgelöst.

Der erste Meridiankreis (auch Transitinstrument, Passageinstrument, Durchgangsinstrument oder Mittagsrohr) wurde 1689 von Ole Rømer gebaut. Bis heute werden Präzisionsmessungen am Meridiankreis durchgeführt. Das Messfernrohr ( $f = 1\text{--}3\text{m}$ ) sitzt drehbar auf einer horizontalen Achse in Ost-West-Richtung, mit ihm drehen sich die Vertikalkreise mit Ablesemikroskopen und Libellen. Man misst Zeit und Höhenwinkel der Kulmination (Transit) eines Sterns. Die volle Messgenauigkeit erhielt man früher durch Zeitmessung an etwa 20 parallelen Fäden im Gesichtsfeld mittels des Tickens einer Pendeluhr. Für die Höhenmessung stellte man den Stern auf den Horizontalfaden, hinter dem man ihn einige Sekunden lang bisezierte, um die Luftunruhe herauszumitteln. Moderne Meridiankreise arbeiten mit CCD-Sensoren. Der Carlsberg-Meridiankreis im Observatorio del Roque de los Muchachos auf La Palma ( $f = 266\text{cm}$ ) arbeitet seit 1984 PC-gesteuert mit einer Genauigkeit von  $\pm 0.003''$ .

In der Seefahrt misst man die Höhe von Sternen (und der Sonne) über dem Horizont mit dem *Sextanten*. Aus den bekannten Sternpositionen kann man die geographische Breite bestimmen (Navigation). Eine präzise Uhr (Chronometer) erlaubt auch die Bestimmung der geographischen Länge.

### 3.3.1 Fernrohre

Das erste Fernrohr wurde 1608 in Holland gebaut (ein „holländisches“ oder „Galilei-Fernrohr“, das ein aufrechtes Bild zeigt). Galilei baute sich ein Jahr später ein eigenes Fernrohr in Pisa, das er in den Himmel richtete. Er entdeckte damit u.A. die Mondkrater, die Sonnenflecken, die Phasen der Venus und die vier größten Jupitermonde. Mit einem zweiten verbesserten Teleskop konnte er 1610 weitere Details erkennen, so identifizierte er einige „Nebel“ als Sternhaufen. Im offenen Haufen der Plejaden, bei dem im Altertum sieben Einzelsterne bekannt waren, zählte er 36 Sterne [4] (heute kennt man über 500).

Das heutige astronomische Fernrohr, das ein umgekehrtes Bild liefert, wurde 1611 von Johannes Kepler entwickelt.

Fernrohre sind Linsenanordnungen zur Vergrößerung entfernter Objekte. In der Astronomie verwendet man heute ausschließlich das *Astronomische Fernrohr* oder „Kepler-Fernrohr“, das aus zwei Sammellinsen (bzw. Linsensystemen oder konkaven Spiegeln) besteht: Das *Objektiv* liefert ein reelles umgekehrtes Bild. Da die Objekte sehr weit entfernt sind, ist die Gegenstandsweite  $g = \infty$ , das reelle Zwischenbild liegt also in der Brennebene ( $b = f_{\text{Objektiv}}$ ). Dieses Zwischenbild wird durch einen Film oder CCD-Sensor in der Brennebene fotografiert oder durch eine zweite Linse, das *Okular*, betrachtet.

Ein Galileisches Fernrohr (Holländisches Fernrohr) wurde aber als erstes an den Himmel gerichtet, insbesondere von seinem Namensgeber Galileo Galilei. Es besteht aus einer Sammellinse (Objektiv) und einer Zerstreuungslinse (Okular) und erzeugt ein aufrechtes Bild, seitenrichtiges Bild. Die Vergrößerung ist

$$V = -\frac{f_{\text{Obj}}}{f_{\text{Ok}}} = \frac{f_{\text{Obj}}}{|f_{\text{Ok}}|} \quad (3.1)$$

Ohne Umlenkspiegel ist es deutlich kürzer als ein Kepler-Fernrohr. Seine Rohrlänge ist die Differenz der Beträge der Brennweiten,  $f_{\text{Obj}} - |f_{\text{Ok}}|$ . Beim Keplerfernrohr ist der Abstand der Linsen deren Summe  $f_{\text{Obj}} + f_{\text{Ok}}$ .

Die Vergrößerung, die der Beobachter wahrnimmt, ist die Vergrößerung des Winkelabstands zweier Punkte. Sie ist

$$V = -\frac{f_{\text{Objektiv}}}{f_{\text{Okular}}} \quad (3.2)$$

Das Minuszeichen steht für ein umgekehrtes Bild beim Keplerfernrohr (es wird durch die negative Okularbrennweite beim Galileifernrohr aufgehoben).

Der Abbildungsmaßstab für die Fotografie in der Brennebene wird definiert über die Größe  $B$  in der Bildebene (Filmebene) und den Winkel  $\phi = G/r$  für Objektgröße  $G$  im Abstand  $r$  vom Beobachter.

$$B = f\phi$$

Dabei ist  $f$  wieder die Brennweite des Objektivs.

Das Gesichtsfeld ist der Öffnungswinkel  $\gamma$  des sichtbaren Kegels. Es ist gegeben durch das scheinbare Gesichtsfeld  $\gamma_{\text{Ok}}$  des Okulars und die Vergrößerung,  $\gamma = \gamma_{\text{Ok}}/V$ .

Wenn zwischen Objektiv und Brennebene keine Umlenkspiegel sind, spricht man von einem *Direktfokus*. Dann befinden sich alle optischen Elemente auf einer Achse.

Oft werden die Lichtstrahlen durch ebene Spiegel umgelenkt. Beim *Newton-Fokus* betrachtet man das Bild von der Seite.

Beim Spiegelteleskop mit *Cassegrain-Fokus* blickt der Beobachter wie beim Refraktor mit Direktfokus in Richtung des Objekts, die Brennebene wird mit einem ebenen oder konvexen Spiegel auf der optischen Achse durch ein Loch im Zentrum des Objektivspiegels hinter diesen gelenkt.

Der Refraktor der Rostocker Sternwarte hat einen *Coudé-Fokus*, bei dem der Beobachter seine Position nicht ändern muss. Die Strahlen werden in die Stundenachse umgelenkt.

Zur Fokussierung für die Astrofotografie verwendet man die Scheinerblende, eine Scheibe mit zwei Löchern vor dem Objektiv. Bei unscharfer Abbildung sieht man im Sucher einer Spiegelreflexkamera oder im Display einer Digitalkamera einen hellen Stern doppelt (oder den Mond als zwei gegeneinander verschobene Doppelbilder). Bei richtiger Fokussierung fallen beide Bilder aufeinander. Dies ist eine einfache und sichere Methode für scharfe Bilder mit dem Teleskop.

### 3.3.1.1 Abbildungsfehler

Unschärfe entsteht durch die aus der Optik bekannten Abbildungsfehler von Hohlspiegeln und Linsen: *Sphärische Aberration*, *Koma* (die sphärische Aberration bei Strahlen, die nicht parallel zur optischen Achse einfallen) und *Bildfeldwölbung*.

Außerdem kann die Abbildung nichtlinear sein, es entsteht eine *Bildverzerrung*, etwa tonnenförmige oder kissenförmige Verzeichnung in der Bildebene.

Abbildungsfehler durch Dispersion führen bei Refraktoren oder im Okular zu Farbrändern: Die *chromatische Aberration* bezeichnet die verschiedenen Brennpunkt-Positionen für verschiedene Wellenlängen des Lichts. Man kann diesen Effekt durch mehrlinsige Systeme (Achromaten) aus verschiedenen Glassorten weitgehend eliminieren.

Reflexionen am Objektiv eines Refraktors oder an den Linsenoberflächen des Okulars sind ebenfalls störend und werden durch beschichtete Oberflächen reduziert (vergütete Optik).

Der *Schmidt-Spiegel* ist ein Reflektor mit sphärischem Hohlspiegel und einer dünnen geschliffenen Korrekturplatte in der Ebene durch den Krümmungsmittelpunkt des Spiegels. Sie dient der Beseitigung der sphärischen Aberration. Er wird bevorzugt in der Astrofotografie eingesetzt (Schmidt-Kamera). Die Brennfläche ist leicht gewölbt, für Aufnahmen über große Bildwinkel wurden spezielle gewölbte Filmplatten verwendet. Als visuelles Teleskop eignet sich der Schmidt-Spiegel in Verbindung mit einem Cassegrain-Fokus.

### 3.3.1.2 Okulare

Das Okular dient als Lupe zur Betrachtung des reellen Zwischenbildes.

Einfache zweilinsige Okulare nach Huygens, Ramsden oder Mittenzwey bieten nur auf der optischen Achse scharfe Bilder und erzeugen Farbränder durch chromatische Aberration. Gute Okulare sind mehrlinsige Achromaten mit geringer sphärischer Aberration und Bildfeldwölbung, und sie besitzen meist vergütete Linsen, um Reflexionen zu vermeiden.

Die Okular-Brennweite beeinflusst die Vergrößerung nach (3.2). Das Okular bestimmt auch das Gesichtsfeld: Das scheinbare Gesichtsfeld des Okulars hängt von der Linsenanordnung und dem Blendendurchmesser ab, Werte zwischen  $25^\circ$  und  $100^\circ$  (extremes Weitwinkelokular) sind üblich.

Orthoskopische Okulare zeichnen sich durch eine scharfe Abbildung auch bei kurzen Brennweiten (hohe Vergrößerung) aus, und bieten ein scheinbares Gesichtsfeld im Bereich  $45^\circ$  bis  $48^\circ$ .

Plössl und Super-Plössl bieten ein etwas größeres Gesichtsfeld bis  $52^\circ$  bei geringerer Randschärfe. Erfle-Okulare sind Weitwinkelokulare bis  $68^\circ$ , Nagler-Okulare bis  $82^\circ$ .

### 3.3.2 Montierung

Am einfachsten ist die *azimutale Montierung* mit einer vertikalen und einer horizontalen Achse. Zum Nachführen der Sternbewegung aufgrund der Erddrehung muss das Teleskop um beide Achsen gedreht werden.



Daher verwendet man meist die *parallaktische* oder *äquatoriale Montierung*. Hier verwendet man die Stundenachse und die Deklinationsachse des ortsfesten Äquatorsystems, zum Nachführen muss nur um die Stundenachse gedreht werden. Auch ist keine Koordinatenumrechnung erforderlich, da man Deklination und Stundenwinkel direkt einstellen kann.

Die Stundenachse ist gegen die Horizontale um  $\beta$ , die geographische Breite, geneigt und zeigt zum Himmelsnordpol (ungefähr zum Polarstern). Die Deklinationsachse steht dazu senkrecht und dreht sich mit dem Stundenwinkel um die Stundenachse.

Die Achsen kann man durch die Bewegung eines Sterns im Gesichtsfeld finden: Da der Stundenwinkel des Sterns zunimmt, bewegt er sich in  $+t$ -Richtung. Die Deklinationsachse ist senkrecht dazu.

Die Ausrichtung kann man durch Beobachten eines Sterns in Südrichtung (möglichst in Äquatornähe) zur azimutalen Ausrichtung und eines Sterns in Ost- oder Westrichtung zur Höhenausrichtung kontrollieren und gegebenenfalls korrigieren (Scheiner-Methode).

### 3.3.3 Auflösung

Eine kreisförmige Blende erzeugt im Fernbereich (Fraunhofer-Beugung) aus einer einfallenden ebenen Welle ein kreissymmetrisches Beugungsmuster, dessen radiale Intensitätsverteilung durch eine Bessel-funktion beschrieben wird. Das erste Minimum ist unter dem Winkel

$$\alpha = 1.22 \frac{\lambda}{d} \quad (3.3)$$

bzw. in der Brennebene (Brennweite  $f$ ) beim Radius

$$r = 1.22 \frac{\lambda f}{d}$$

Bei einer Wellenlänge von 600 nm (orange) ist  $\alpha = 150''/d[\text{mm}]$ , bei 400 nm (blau) ist  $\alpha = 100''/d[\text{mm}]$ .

### 3.3.4 Interferometer

Sehr kleine Winkelabstände von Doppelsternen, die auch große Teleskope nicht auflösen können, oder gar Sterndurchmesser kann man nur mit interferometrischen Methoden messen. Mehr dazu findet sich in Astronomie 2.

### 3.3.5 Helligkeit

Die Lichtstärke eines Teleskops gibt die Lichtmenge (Energiefluss) an, die durch die Öffnung auf die Objektivlinse bzw. auf den Hauptspiegel trifft. Sie ist proportional zu  $A = \frac{\pi}{4}d^2$ , wobei  $d$  die Durchmesser des Objektivs ist.

Der Teil der Objektivfläche, der durch Umlenkspiegel verdeckt wird, ist meist vernachlässigbar. Schiefspiegler, die das Licht zur Seite lenken, nutzen den vollen Objektivquerschnitt. Da sich keine Bauteilen im Strahlengang befinden, gibt es kein störendes Streulicht und damit kontrastreichere Bilder (z. B. für Planeten oder Doppelsterne).

Punktquellen (Sterne) haben eine Helligkeit proportional zu  $A$ . Ein großer Objektivdurchmesser  $d$  erlaubt daher die Beobachtung lichtschwacher Sterne, die mit dem Auge ( $d \approx 8\text{mm}$ ) nicht wahrnehmbar sind.

Flächenobjekte (Mond, Planeten, Nebel) haben eine Helligkeit  $\sim A/A_B$ , wobei  $A_B$  die Fläche des Bildes ist, das in der Brennebene vom Objekt erzeugt wird, sie nimmt daher mit dem Quadrat der Vergrößerung ab. Ein Maß dafür ist – wie bei Fotokameras – das Öffnungsverhältnis

$$\frac{d}{f} = \frac{1}{F}$$

(Blendenzahl  $F$  beim Fotoapparat).

### 3.3.6 Einfluss der Atmosphäre

Szintillation, Extinktion

Seeing

Refraktion

$$\frac{\sin z_B}{\sin z} = \frac{1}{n} \quad (3.4)$$

für eine horizontale ebene Atmosphäre. Bei  $z \approx 90^\circ$  muss zusätzlich die Erdkrümmung berücksichtigt werden.

Der Brechungsindex von Luft ist bei 1 bar und  $0^\circ\text{C}$   $n_0 = 1.00029$ . Variationen des Brechungsindex kann man mit

$$n = \sqrt{1 + 0.000577 \frac{p}{1000 \text{ mbar}} \frac{273 \text{ K}}{T}}$$

berechnen. Dabei ist  $p$  der tatsächliche Luftdruck am Beobachtungsort, nicht der auf Meereshöhe reduzierte (was in Rostock allerdings keine Rolle spielt).

Eine Folge der Refraktion ist, dass die wahre Höhe der Sonne bei Sonnenaufgang (Oberkante am Horizont) bei Normalbedingungen  $h_0 = -0.833^\circ$  ist.

### 3.3.7 Adaptive Optik

### 3.3.8 Ortsfehler: jährliche und tägliche Aberration

Fehler in der Richtung eines Objekts ergeben sich durch die Refraktion der Atmosphäre, durch die Aberration aufgrund der Eigenbewegung des Beobachters und durch die Parallaxe aufgrund der im Jahreslauf wechselnden Position der Erde.

Die jährliche Aberrationsellipse hat die Halbachsen

$$\begin{aligned} \Delta\phi_\lambda &= \frac{v_E}{c} \\ \Delta\phi_\beta &= \frac{v_E}{c} \sin\beta \\ \frac{v_E}{c} &= 20.50'' \end{aligned} \quad (3.5)$$

Dies ist ein Mittelwert; die Bahngeschwindigkeit der Erde variiert um 3.4%, und  $v_E/c$  variiert von  $20.15''$  im Aphel bis  $20.84''$  im Perihel.

Die aktuelle Richtungsabweichung liegt in der Ebene Stern–Erdbahntangente und damit ungefähr senkrecht zur Ebene Stern–Erde–Sonne. Die Ellipsenachsen zeigen i. A. in Richtung der ekliptikalen Länge  $\lambda_e$  und der ekliptikalen Breite  $\beta_e$  mit  $\Delta\phi_\lambda = \cos\beta_e \Delta\lambda_e$  und  $\Delta\phi_\beta = \Delta\beta_e$ . Steht der Stern aber im Pol der Ekliptik,  $\beta_e = \pm 90^\circ$ , so wird die Ellipse zum Kreis und alle Radien zeigen in  $\beta_e$ -Richtung.

Die Parallaxe, die weiter unten als Methode zur Entfernungsbestimmung beschrieben wird, beschreibt eine ähnliche (im mathematischen Sinn) Ellipse. Die Richtung der Aberration liegt aber in der Ebene Stern–Erde–Sonne und ist gegen die Aberration um eine Vierteldrehung versetzt. Ihre Ausmaße sind entfernungsabhängig und selbst für unsere Nachbarsterne kleiner als  $1''$ .

Die tägliche Aberration ist maximal  $0.3''$  am Äquator für Stundenwinkel von 0 und  $12^h$ .

Die Aberration leitet man relativistisch korrekt analog zu (2.29) her:

$$\begin{aligned}\omega' &= \gamma\omega(1 + \beta \cos \theta) \\ ck'_x &= \gamma(ck_x + \beta\omega) = \gamma\omega(\cos \theta + \beta) \\ \cos \theta' &= \frac{ck'_x}{\omega'} = \frac{ck_x}{\omega} = \frac{\cos \theta + \beta}{1 + \beta \cos \theta}\end{aligned}\tag{3.6}$$

Für  $\beta = v/c \ll 1$  ist die Winkeländerung klein, und man erhält in linearer Näherung

$$\begin{aligned}\cos \theta' - \cos \theta &\approx \sin \theta \Delta\theta = \frac{\cos \theta + \beta - \cos \theta(1 + \beta \cos \theta)}{1 + \beta \cos \theta} = \beta \frac{\sin^2 \theta}{1 + \beta \cos \theta} \\ \Delta\theta &\approx \beta \frac{\sin \theta}{1 + \beta \cos \theta}\end{aligned}$$

Dies führt für  $\beta \rightarrow 0$  auf die Werte nach (3.5) für die Aberration.

### 3.3.9 Spektrographen und Spektrometer

Objektivprisma

Gitterspektrograph

Mehr dazu in Astronomie 2.

## 3.4 Radioteleskope

Karl Jansky beobachtete 1931 eine Radioquelle mit einer horizontal ausgerichteten drehbaren Antenne, die jeden Tag etwa 4 Minuten früher erschien. Das war die erste Beobachtung einer Radioquelle außerhalb unseres Sonnensystems: das Zentrum unserer Milchstraße. Ihm zu Ehren wird in der Radioastronomie die Einheit  $1 \text{ Jy} = 1 \cdot 10^{-26} \text{ Ws/m}^2$  verwendet.

Karl Jansky war bei Bell Labs angestellt, um Rausch- und Störquellen der Atmosphäre im Kurzwellenfunk zu untersuchen. Dazu baute er eine Radioantenne von etwa 30 m Durchmesser für 20.5 MHz ( $\lambda = 14.6 \text{ m}$ ) auf einem Drehgestell auf vier Ford-Reifen, das scherzhaft *Jansky-Karussell* genannt wurde. In einem kleinen Schuppen daneben war ein Datenschreiber, der die empfangenen Signale auf einer Papierrolle aufzeichnete. Jansky fand drei Kategorien von Signalen: nahe Gewitter, ferne Gewitter und ein gleichmäßiges Rauschen. Anfangs hielt er die Sonne für die Rauschquelle, aber im Laufe der Zeit entfernte sich die Quelle von der Sonne. Die Intensität dieses Rauschens änderte sich mit einer Periode von  $23^h 56^m$ . Daraus schloss er, dass die Quelle im Fixsternhimmel lokalisiert war. Er fand als Ort das Sternbild Schütze, in dem das Zentrum unserer Milchstraße liegt.

## 3.5 Kurzwellige Photonen

UV, Röntgen, Gammaastronomie

### 3.6 Observatorien im All

Um die Störungen der Atmosphäre zu vermeiden und um Wellenlängen zu nutzen, die in der Atmosphäre absorbiert werden, benutzt man Teleskope und Sensoren in Satelliten auf Erdumlaufbahnen.

Das Hubble Space Telescope (HST) ist ein optisches Spiegelteleskop mit Sensoren für UV, Licht und IR. Sein Spiegel hat 2.4m Durchmesser und 57.6m Brennweite. Seit 1990 ist es im Orbit in 559km Höhe mit einer Umlaufzeit von ca. 57 min.

Das Hubble Space Telescope wurde von der NASA 1990 in seine Erdumlaufbahn gebracht. Der Spiegel sollte frei von sphärischer Aberration geschliffen werden, war aber aufgrund eines Messfehlers während der Fertigung am Rand um  $2\mu\text{m}$  zu flach. Er lieferte aufgrund der verbleibenden sphärischen Aberration keine optimal scharfen Bilder. Bei der ersten Service-Mission eines Space Shuttle 1993 wurden drei kleine Umlenkspiegel, die das Bild in verschiedene Detektoren reflektierten, durch Spiegel mit numerisch berechneter Oberfläche (COSTAR = Corrective Optics Space Telescope Axial Replacement) ersetzt, die die sphärische Aberration der gesamten Fläche des Primärspiegels korrigierten. Die Wide Field and Planetary Camera (WFPC) wurde durch ein verbessertes Nachfolgegerät WFPC2 ersetzt, dessen vier Umlenkspiegel für die vier CCD-Sensoren ebenfalls neu berechnet wurden, um die Aberration des Primärspiegels auszugleichen. Es gab bis 2009 vier weitere Service-Missionen.

Das HST wird durch Solarzellen mit Energie versorgt. Es wird mit 4 *Reaction Wheels* (eines davon ist redundant) im Raum ausgerichtet. Durch Abbremsen oder Beschleunigen dieser je 45kg schweren Kreisel wird ein Drehmoment erzeugt, wodurch das Teleskop in jede gewünschte Richtung gedreht werden kann. Eine  $90^\circ$ -Drehung dauert etwa 14 Minuten. Als weiteres redundantes System dienen 4 *Magnetic Torquers*, lange Elektromagnete, durch deren Wechselwirkung mit dem Erdmagnetfeld ebenfalls ein Drehmoment erzeugt werden kann.

## 4. Himmelsmechanik

Das aus der griechischen Philosophie und den Schriften des Ptolemaios (Almagest) übernommene *geozentrische Weltbild* mit der Erde in der Mitte, um die der Mond, die inneren Planeten, die Sonne, die äußeren Planeten (bis Saturn) und schließlich die Sphäre der Fixsterne kreisten, war bis ins späte Mittelalter die Astronomie des Abendlandes. Die Schleifenbahnen der Planeten hatte Apollonius (Apollonios Pergaios ~262–190 v.Chr.) durch Epizykel beschrieben, mit deren Hilfe man die Planetenpositionen korrekt berechnen konnte.

Immer wieder wurde bereits im Griechenland des Altertums dieses Bild als unrichtig erkannt und modifiziert. Pythagoras (~570–495 v.Chr.) erkannte, dass die beiden als Abend- und Morgenstern bekannten Planeten nur einer waren (die Venus). Herakleides Pontikos (387–312 v.Chr., nicht verwechseln mit Heraklit = Herakleitos Ephesios) entwickelte daraus ein Weltbild, bei dem die Epizykel von Merkur und Venus als Mittelpunkt die Sonne haben. Schüler von Pythagoras verfechten die Idee der Kugelgestalt der Erde. Aristarchos von Samos (~310–230 v.Chr.) behauptete, die Erde kreise um die Sonne und drehe sich in 24 Stunden um ihre eigene Achse; die Sonne bilde den Mittelpunkt der Welt (*heliocentrisches Weltbild*). Er konnte sich jedoch nicht durchsetzen, und seine Lehre geriet in Vergessenheit. Erst Nikolaus Kopernikus griff diese Idee in seinem Werk *De Revolutionibus* 1543 erneut auf und beschrieb die Schleifen der Planetenbewegungen, die man von der Erde aus beobachtet, durch Kreisbahnen von Erde und Planeten um die Sonne. Die Erfindung des Fernrohrs und die Beobachtungen der Jupitermonde und der Venusphasen durch Galileo Galilei festigten dieses Bild.

Die systematischen Untersuchungen der Planetenbahnen durch Tycho Brahe wurden von Johannes Kepler analysiert. Er fand drei Gesetzmäßigkeiten, die bis heute als *Keplersche Gesetze* bekannt sind.

Beide Astronomen sind mit der Universität Rostock verbunden. Tycho Brahe wollte 1566 in Wittenberg studieren, ging aber wegen der dort ausgebrochenen Pest nach Rostock und schrieb sich im Oktober an der Universität ein. Am 29.12.1566 verlor er ein Stück seiner Nase bei einem Duell mit einem Komilitonen. Seine Vermessungen der Planetenbahnen sind die genauesten vor der Erfindung des Fernrohrs. König Friedrich II von Dänemark und Norwegen finanzierte die Sternwarten Uraniborg und Stjerneborg auf der Insel Hven, an denen Brahe arbeitete. Er bestimmte mit einem Mauerquadranten Sternpositionen (Meridiandurchgänge) auf etwa 3 Bogenminuten genau. Sein Nachfolger König Christian IV kürzte jedoch die finanziellen Mittel, und Brahe ging 1599 als Hofmathematiker von Kaiser Rudolf II nach Prag, wo Johannes Kepler 1600 sein Assistent wurde.

Nach Brahes Tod wurde Kepler 1601 kaiserlicher Hofmathematiker. Während dieser Zeit entdeckte er die drei Gesetze der Planetenbewegung (1606–1618). Wie alle Astronomen war auch Kepler Astrologe. Im Dreißigjährigen Krieg stellte er sich 1628 in Sagan mit kaiserlicher Einwilligung in die Dienste des Feldherrn Wallenstein, um ihn astrologisch zu beraten. Doch wie zuvor der Kaiser blieb auch der Feldherr die vereinbarten Zahlungen weitgehend schuldig. Auf Wallensteins Geheiß wurde Kepler 1629 an die Universität Rostock berufen, er nahm aber den Ruf nicht an.

Die physikalische Grundlage dieser Gesetze entdeckte Isaac Newton:

- die drei Grundgesetze der Mechanik, namentlich das zweite Gesetz, das in seiner heutigen erweiterten Form

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}(m\vec{v})$$

die Änderung des Impulses  $\vec{p} = m\vec{v}$  durch eine Kraft  $\vec{F}$  beschreibt, und

- das *Gravitationsgesetz*

$$\vec{F}_{12} = -G \frac{m_1 m_2}{r_{12}^2} \hat{r}_{12} \quad (4.1)$$

Isaac Newton formulierte seine drei Gesetze der Mechanik in seinem Werk *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, dessen erste Ausgabe 1687 in drei Bänden (*De motu corporum* I und II sowie *De mundi systemate*) publiziert wurde. Im ersten Band finden wir:

*LEX I. Corpus omne perseverare in statu suo quiescendi vel movendi uniformiter in directum, nisi quatenus a viribus impressis cogitur statum illum mutare. ...*

*LEX II. Mutationem motus proportionalem esse vi motrici impressae et fieri secundum lineam rectam qua vis illa imprimitur. ...*

*LEX III. Actioni contrariam semper et aequalem esse reactionem ...*

Newtons Beschreibung der Naturgesetze kommt ohne Formeln aus. Allerdings sind dem Werk, das nach Art einer mathematischen Abhandlung geschrieben ist und viele Anwendungen der Grundgesetze und des Gravitationsgesetzes enthält, viele Illustrationen beigelegt.

Die Gravitationskraft wirkt nach dem 3. Newtonschen Gesetz auf Masse 1 und zieht diese zu Masse 2, und entgegengesetzt auf Masse 2, die zu Masse 1 gezogen wird. Man kann die Wirkung der Gravitationskraft von Masse  $M$  auf irgendeine andere Masse  $m$  als *Gravitationsfeld* beschreiben:

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m} = -G \frac{M}{r^2} \hat{r} \quad (4.2)$$

mit der Dimension einer Beschleunigung. Die Fallbeschleunigung an der Erdoberfläche von  $g \approx 9.81 \text{ m/s}^2$  ist also die Feldstärke des Erdgravitationsfelds, und  $\vec{g}$  zeigt zum Erdmittelpunkt.

Zu einer Kraft gehört eine potentielle Energie  $E_{\text{pot}}$  und zu einer Feldstärke ein Potenzial  $V$

$$\begin{aligned} \vec{F} &= -\nabla E_{\text{pot}}, & E_{\text{pot}} &= -G \frac{mM}{r} \\ \vec{g} &= -\nabla V, & V &= -G \frac{M}{r} \end{aligned}$$

## 4.1 Die Gravitationskonstante

Die Gravitationskonstante  $G$  aus (4.1) ist die am ungenauesten bekannte Naturkonstante. Immer wieder haben Experimentatoren ihre Messgenauigkeit überschätzt. Die Fluktuationen, die in Abb. 4.1 zu sehen sind, betragen oft ein Vielfaches der (vom Experimentator geschätzten) Fehlerbalken. Dem trägt der Fehler des Mittelwertes Rechnung, der im Anhang A angegeben ist.

Die meisten Messungen benutzen eine Anordnung, die der von Cavendish 1798 ähnlich ist: ein Torsionspendel an einem dünnen Faden wird durch die Anziehung zweier schwerer Kugeln verdreht.

Moderne Torsionspendel-Experimente verwenden nicht die statische Auslenkung, sondern messen die erzwungene Schwingung bei periodischer Lageänderung der Kugeln, etwa durch gleichförmige Rotation [5].

## 4.2 Schwerpunkt und reduzierte Masse

Die Bewegung von zwei Massepunkten, die aufeinander eine Gravitationskraft ausüben, kann man zerlegen in eine gemeinsame Bewegung des Schwerpunkts und eine *Relativbewegung*, die im Ruhesystem des Schwerpunkts beschrieben wird.

Die Bewegung der beiden Massepunkte wird berechnet nach dem Newtonschen Gesetz  $\vec{F} = m\ddot{\vec{x}}$  durch

$$\begin{aligned} \vec{F}_1 &= m_1 \ddot{\vec{x}}_1 \\ \vec{F}_2 &= m_2 \ddot{\vec{x}}_2 \\ \vec{F}_1 + \vec{F}_2 &= \frac{d^2}{dt^2} (m_1 \vec{x}_1 + m_2 \vec{x}_2) = (m_1 + m_2) \frac{d^2}{dt^2} \vec{x}_S \end{aligned} \quad (4.3)$$

667		668		669		670		671		$G$ [ $10^{-13} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ ]	Jahr	
										→	675.4	1798
											$667.20 \pm .41$	1942
											$667.40 \pm .30$	1969
											$667.14 \pm .06$	1972
											$667.45 \pm .08$	1979
											$667.248 \pm .043$	1982
										+	$671.54 \pm .06$	1996
											$667.40 \pm .07$	1997
											$667.29 \pm .05$	1998
											$668.73 \pm .94$	1999
											$666.99 \pm .07$	1999
											$667.42 \pm .07$	1999
											$668.3 \pm 1.1$	1999
											$667.54 \pm .15$	1999
											$667.35 \pm .29$	1999
											$667.4255 \pm .0092$	2000
											$667.559 \pm .027$	2001
											$667.422 \pm .098$	2002
											$667.407 \pm .022$	2002
											$667.387 \pm .027$	2003
											$667.228 \pm .087$	2005
											$667.425 \pm .012$	2006
											$667.349 \pm .018$	2009
											$667.234 \pm .014$	2010
											$667.545 \pm .018$	2013
											$667.191 \pm .099$	2014

Abb. 4.1 Messwerte mit Fehlerbalken für die Newtonsche Gravitationskonstante  $G$ .

Die Bewegung des Schwerpunkts

$$\vec{x}_S := \frac{m_1 \vec{x}_1 + m_2 \vec{x}_2}{m_1 + m_2} \quad (4.4)$$

ist identisch zu der eines Punktes der Masse  $m_1 + m_2$ , auf den die resultierende Kraft  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$  wirkt.

Wenn keine äußeren Kräfte wirken,  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0}$ , bewegt sich der Schwerpunkt unbeschleunigt, d. h. mit konstanter Geschwindigkeit. Dies folgt auch aus dem Impulserhaltungssatz:

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dt^2}(m_1 \vec{x}_1 + m_2 \vec{x}_2) &= \frac{d^2}{dt^2}(m_1 + m_2) \vec{x}_S = 0 \\ m_1 \dot{\vec{x}}_1 + m_2 \dot{\vec{x}}_2 &= \frac{d}{dt}(m_1 + m_2) \vec{x}_S = \text{const} \end{aligned}$$

Dann ist wegen  $\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$

$$\ddot{\vec{x}}_r = \ddot{\vec{x}}_1 - \ddot{\vec{x}}_2 = \frac{\vec{F}_1}{m_1} - \frac{\vec{F}_2}{m_2} = \frac{\vec{F}_1}{m_1} + \frac{\vec{F}_1}{m_2} = \frac{\vec{F}_1}{\mu}$$

d. h. die Beschleunigung der Relativkoordinate  $\vec{x}_r := \vec{x}_1 - \vec{x}_2$  wird durch die Relativkraft  $\vec{F}_r = \vec{F}_1 = -\vec{F}_2$  verursacht, die auf einen Massepunkt der *reduzierten Masse*

$$\mu := \frac{1}{\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \quad (4.5)$$

wirkt.

Für beliebige Kräfte  $\vec{F}_1, \vec{F}_2$  ist die Relativkraft

$$\vec{F}_r = \frac{m_2 \vec{F}_1 - m_1 \vec{F}_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \frac{d^2}{dt^2} (\vec{x}_1 - \vec{x}_2) \quad (4.6)$$

$$= \mu \ddot{\vec{x}}_r \quad (4.7)$$

Die Bewegung der Masse  $m_1$  relativ zur Masse  $m_2$ , also die Zeitfunktion des Vektors  $\vec{x}_r := \vec{x}_1 - \vec{x}_2$  wird durch die Relativkraft  $\vec{F}_r$  verursacht, die auf einen Massepunkt der reduzierten Masse wirkt.

Dies gilt auch für die Bewegung einer Masse relativ zum Schwerpunkt

$$\begin{aligned} \vec{F}_r &= \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \frac{d^2}{dt^2} (\vec{x}_1 - \vec{x}_2) \\ &= m_1 \frac{d^2}{dt^2} (\vec{x}_1 - \vec{x}_S) \\ &= -m_2 \frac{d^2}{dt^2} (\vec{x}_2 - \vec{x}_S) \end{aligned}$$

wie man z. B. für die Masse  $m_1$  aus

$$\begin{aligned} \mu \ddot{\vec{x}}_r &= \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (\ddot{\vec{x}}_1 - \ddot{\vec{x}}_2) \\ &= m_1 \frac{m_1 \ddot{\vec{x}}_1 + m_2 \ddot{\vec{x}}_1 - (m_1 \ddot{\vec{x}}_1 + m_2 \ddot{\vec{x}}_2)}{m_1 + m_2} \\ &= m_1 (\ddot{\vec{x}}_1 - \ddot{\vec{x}}_S) \\ &= m_1 \ddot{\vec{x}}_{1S} \end{aligned}$$

sehen kann. Die Bewegung einer Masse relativ zum Schwerpunkt verhält sich genau wie die Bewegung der reduzierten Masse relativ zur zweiten Masse:

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{\vec{x}}_{1S} &= \mu \ddot{\vec{x}}_r = -m_2 \ddot{\vec{x}}_{2S} \\ m_1 \dot{\vec{x}}_{1S} &= \mu \dot{\vec{x}}_r = -m_2 \dot{\vec{x}}_{2S} \\ m_1 \ddot{\vec{x}}_{1S} &= \mu \ddot{\vec{x}}_r = -m_2 \ddot{\vec{x}}_{2S} \end{aligned} \quad (4.8)$$

Die reduzierte Masse (und damit die Gewichtung zur Berechnung der Relativkraft) erhält man auch aus der kinetischen Energie der beiden Massepunkte

$$\frac{1}{2} m_1 \dot{\vec{x}}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{\vec{x}}_2^2 = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \dot{\vec{x}}_S^2 + \frac{1}{2} \mu \dot{\vec{x}}_r^2$$

was man durch Einsetzen von

$$\begin{aligned} \dot{\vec{x}}_S^2 &= \frac{m_1^2 \dot{\vec{x}}_1^2 + m_2^2 \dot{\vec{x}}_2^2 + 2m_1 m_2 \dot{\vec{x}}_1 \dot{\vec{x}}_2}{(m_1 + m_2)^2} \\ \dot{\vec{x}}_r^2 &= \dot{\vec{x}}_1^2 + \dot{\vec{x}}_2^2 - 2\dot{\vec{x}}_1 \dot{\vec{x}}_2 \end{aligned}$$

leicht zeigt.

Im Schwerpunktsystem ist  $m_1 \vec{x}_1 = -m_2 \vec{x}_2$  und damit die kinetische Energie

$$\begin{aligned} E_{\text{kin}} &= \frac{1}{2} \mu \dot{\vec{x}}_r^2 \\ &= \frac{m_1 m_2 (\dot{\vec{x}}_1 - \dot{\vec{x}}_2)^2}{2(m_1 + m_2)} = \frac{m_1 m_2 (\dot{\vec{x}}_1 + \frac{m_1}{m_2} \dot{\vec{x}}_1)^2}{2(m_1 + m_2)} = \frac{m_1 m_2 \dot{\vec{x}}_1^2 (m_2 + m_1)^2}{2(m_1 + m_2) m_2^2} \\ &= \frac{m_1 (m_2 + m_1)}{2m_2} \dot{\vec{x}}_1^2 = \frac{m_2 (m_1 + m_2)}{2m_1} \dot{\vec{x}}_2^2 \\ &= \frac{1}{2} m_1 \dot{\vec{x}}_1^2 + \frac{m_1^2}{2m_2} \dot{\vec{x}}_1^2 = \frac{1}{2} m_1 \dot{\vec{x}}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{\vec{x}}_2^2 \end{aligned}$$



die Summe der beiden kinetischen Energien von  $m_1$  und  $m_2$  in diesem System.

Der Gesamtdrehimpuls um den Schwerpunkt ist

$$\begin{aligned}
 \vec{L} &= m_1 \vec{x}_{1S} \times \dot{\vec{x}}_{1S} + m_2 \vec{x}_{2S} \times \dot{\vec{x}}_{2S} \\
 &= m_1 \left( \frac{m_2}{m_1 + m_2} \right)^2 \vec{x}_r \times \dot{\vec{x}}_r + m_2 \left( \frac{m_1}{m_1 + m_2} \right)^2 (-\vec{x}_r) \times (-\dot{\vec{x}}_r) \\
 &= \left( \frac{\mu^2}{m_1} + \frac{\mu^2}{m_2} \right) \vec{x}_r \times \dot{\vec{x}}_r \\
 &= \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \vec{x}_r \times \dot{\vec{x}}_r \\
 &= \mu \vec{x}_r \times \dot{\vec{x}}_r
 \end{aligned}$$

### 4.3 Keplersche Bahnen

Wirkt nur die Gravitationskraft zwischen zwei Körpern mit Masse  $m_1$  und  $m_2$ , so ist der **Drehimpuls** jeder Masse relativ zur andern **erhalten**. Es ist

$$\frac{d}{dt} \vec{L} = \frac{d}{dt} m \vec{r} \times \dot{\vec{r}} = m (\dot{\vec{r}} \times \dot{\vec{r}} + \vec{r} \times \ddot{\vec{r}}) = 0 \quad (4.9)$$

da das Kreuzprodukt zweier paralleler Vektoren verschwindet und die Beschleunigung  $\ddot{\vec{r}}$  entgegengesetzt parallel zum Abstand  $\vec{r}$  beider Massen ist.

Den Sonderfall einer relativen **Kreisbahn** bzw. zweier Kreisbahnen als Bewegung um den gemeinsamen Schwerpunkt, von dem die Massen  $m_1$  und  $m_2$  die Abstände  $r_{1S}$  und  $r_{2S}$  haben, mit  $m_1 r_{1S} = m_2 r_{2S}$ , erhält man durch Gleichsetzen von Zentrifugalkraft und Gravitationskraft

$$m_1 \frac{v_{1S}^2}{r_{1S}} = m_2 \frac{v_{2S}^2}{r_{2S}} = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (4.10)$$

mit  $r = r_{1S} + r_{2S} = r_{12}$ .

Die Umlaufzeit ist

$$T = \frac{2\pi r_{1S}}{v_{1S}}$$

und der Abstand

$$r_{1S} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} r$$

Dann ist

$$\begin{aligned}
 m_1 \frac{(2\pi)^2}{T^2} \frac{m_2}{m_1 + m_2} r &= G \frac{m_1 m_2}{r^2} \\
 \frac{r^3}{T^2} &= \frac{G(m_1 + m_2)}{4\pi^2}
 \end{aligned} \quad (4.11)$$

Das ist das dritte Keplersche Gesetz.

Die Bewegung von  $m_1$  im Ruhesystem von  $m_2$  ist ebenfalls ein Kreis mit

$$\begin{aligned}
 v_{12} &= \frac{r}{r_{1S}} v_{1S} = \frac{m_1 + m_2}{m_2} v_{1S} \\
 \mu \frac{v_{12}^2}{r} &= G \frac{m_1 m_2}{r^2}
 \end{aligned}$$

was ebenfalls auf (4.11) führt.

Für  $M = m_2 \gg m_1 = m$  ist  $r_{1S} \approx r$  und  $m_1 + m_2 \approx M$  und

$$\begin{aligned} m \frac{v_{12}^2}{r} &= G \frac{mM}{r^2} \\ v_{12}^2 &= G \frac{M}{r} \end{aligned} \quad (4.12)$$

Mit  $2\pi r = v_{12}T$  wird das **dritte Keplersche Gesetz**

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2} \quad (4.13)$$

Die Gesamtenergie von  $m$  auf der Kreisbahn ist

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GmM}{r} = -\frac{1}{2} \frac{GmM}{r} \quad (4.14)$$

Wenn wir die Näherung  $m \ll M$  nicht machen können oder wollen, rechnen wir exakt entweder

- mit der reduzierten Masse  $\mu$  nach (4.5), dabei ist  $r$  noch immer der Abstand  $\overline{Mm}$  oder
- mit der wahren Masse  $m$ , aber mit dem Abstand vom Schwerpunkt  $r = \overline{Sm}$ . In diesem Fall bewegt sich die Masse  $M$  so, dass sie sich immer auf der Verlängerung von  $\overline{mS}$  gegenüber befindet.

### 4.3.1 Allgemeine Bahnen

Wenn ein Massepunkt  $m$  im Abstand  $r_0$  mit der Geschwindigkeit  $\vec{v}_0$  nach (4.12)

$$v_0^2 = \frac{GM}{r_0}$$

senkrecht zu  $\vec{r}_0$  fliegt, bleibt er auf einer Kreisbahn.

Dieser und vier weitere Fälle sind in Abb. 4.2 zu sehen:

- Ist  $v < v_0$ , bewegt sich  $m$  auf einer Ellipsenbahn mit  $M$  im fernen Brennpunkt im Abstand  $r_0 = r_A = (1+e)a$ . Die Gesamtenergie ist

$$E = -\frac{GmM}{2a} = -\frac{GmM}{r_A} \cdot \frac{1+e}{2} \quad (4.15)$$

- Ist  $v_0^2 < v^2 < 2v_0^2$ , bewegt sich  $m$  auf einer Ellipsenbahn mit  $M$  im nahen Brennpunkt im Abstand  $r_0 = r_P = (1-e)a$ . Die Gesamtenergie ist

$$E = -\frac{GmM}{2a} = -\frac{GmM}{r_P} \cdot \frac{1-e}{2} \quad (4.16)$$

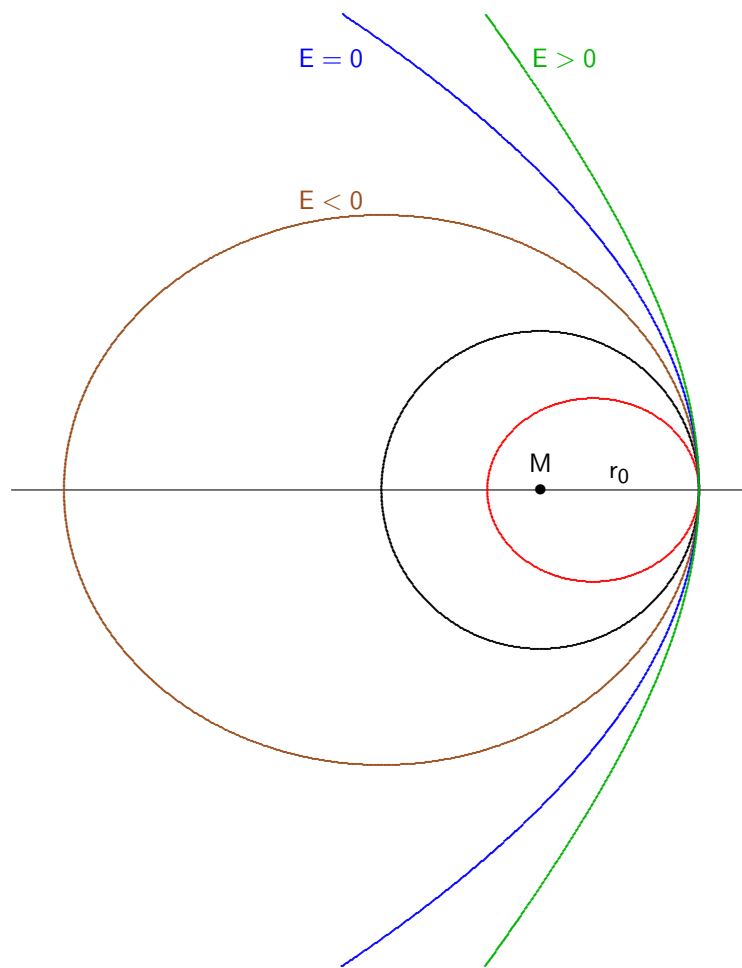
- Ist  $v^2 = 2v_0^2$ , bewegt sich  $m$  auf einer Parabelbahn mit  $M$  im Brennpunkt im Abstand  $r_0$ . Die Gesamtenergie ist

$$E = 0 \quad (4.17)$$

- Ist  $v^2 > 2v_0^2$ , bewegt sich  $m$  auf einer Hyperbelbahn mit  $M$  im Brennpunkt im Abstand  $r_0 = (e-1)a$ . Die Gesamtenergie ist

$$E = +\frac{GmM}{2a} = \frac{GmM}{r_0} \cdot \frac{e-1}{2} \quad (4.18)$$

Führt man die Bahnrechnungen in hypothetischen Räumen höherer Dimension  $n$  durch, muss man die Gravitationskraft proportional  $1/r^{n-1}$  ansetzen, sie nimmt mit zunehmendem  $n$  stärker mit dem Abstand ab. Dies hat Einfluss auf die Lösungen. Es gibt zwar noch immer eine Kreisbahn, sie ist aber labil, d.h. eine geringe Störung führt auf eine Bahn, auf der beide Körper entweder zusammenstoßen oder sich irreversibel weiter voneinander entfernen. Ellipsenbahnen existieren bei mehr als drei Dimensionen nicht.



**Abb. 4.2** Bahnen eines Massepunktes  $m$  um eine große Masse  $M$  für fünf verschiedene Gesamtenergien ( $E_0 = GmM/r$ ):  $E = -3E_0/4$ , Ellipse mit  $e = 0.5$ ;  $E = -E_0/2$ , Kreis mit  $e = 0$ ;  $E = -E_0/4$ , Ellipse mit  $e = 0.5$ ;  $E = 0$ , Parabel mit  $e = 1$ ;  $E = E_0/4$ , Hyperbel mit  $e = 1.5$ .

### 4.3.2 Die Bahnellipse

Das erste Keplersche Gesetz besagt, dass die Planetenbahnen Ellipsen sind mit der Sonne im Brennpunkt. Da die Sonnenmasse sehr viel größer ist als die Planetenmassen, ist dies auch nach den Newtonschen Gesetzen der Mechanik gültig.

Ein Beispiel einer Bahnellipse zeigt Abb. 4.3. Der Punkt größter Annäherung an das Gravitationszentrum im Brennpunkt  $F$  der Ellipse (die Sonne), ist das *Perihel*  $P$  (griechisch  $\pi\epsilon\rho\acute{\iota}\ \eta\lambda\acute{\iota}\omega$  = herum um die Sonne, nach dem Sonnengott  $\eta\lambda\acute{\iota}\omega\varsigma$ ). Bei anderen Bahnen ist der Name entsprechend Perigäum (Zentrum  $\gamma\alpha\acute{\iota}\alpha$  oder  $\gamma\eta$  = Erde), Periastron (Zentrum = Stern oder Schwerpunkt eines Doppelsternsystems), oder allgemein *Periapsis*. Der gegenüberliegende Punkt größter Entfernung ist das *Aphel* (griechisch  $\acute{\alpha}\pi\acute{o}\ \eta\lambda\acute{\iota}\omega\varsigma$  = fern der Sonne) oder Apogäum, Apastron, Apoapsis.  $P$  und  $A$  sind die *Apsiden* der Ellipsenbahn, die Strecke  $\overline{AP}$  die Apsidenlinie.

Weitere ausgezeichnete Punkte sind der Mittelpunkt  $Z$  der Ellipse (Symmetriezentrum) und der Punkt  $C$  der größten Annäherung der Bahn an  $Z$  sowie der Bahnpunkt  $R$  senkrecht über dem Brennpunkt. Die große Halbachse ist

$$a = \overline{ZP} = \overline{ZA}$$

und die kleine Halbachse ist

$$b = \overline{ZC}$$

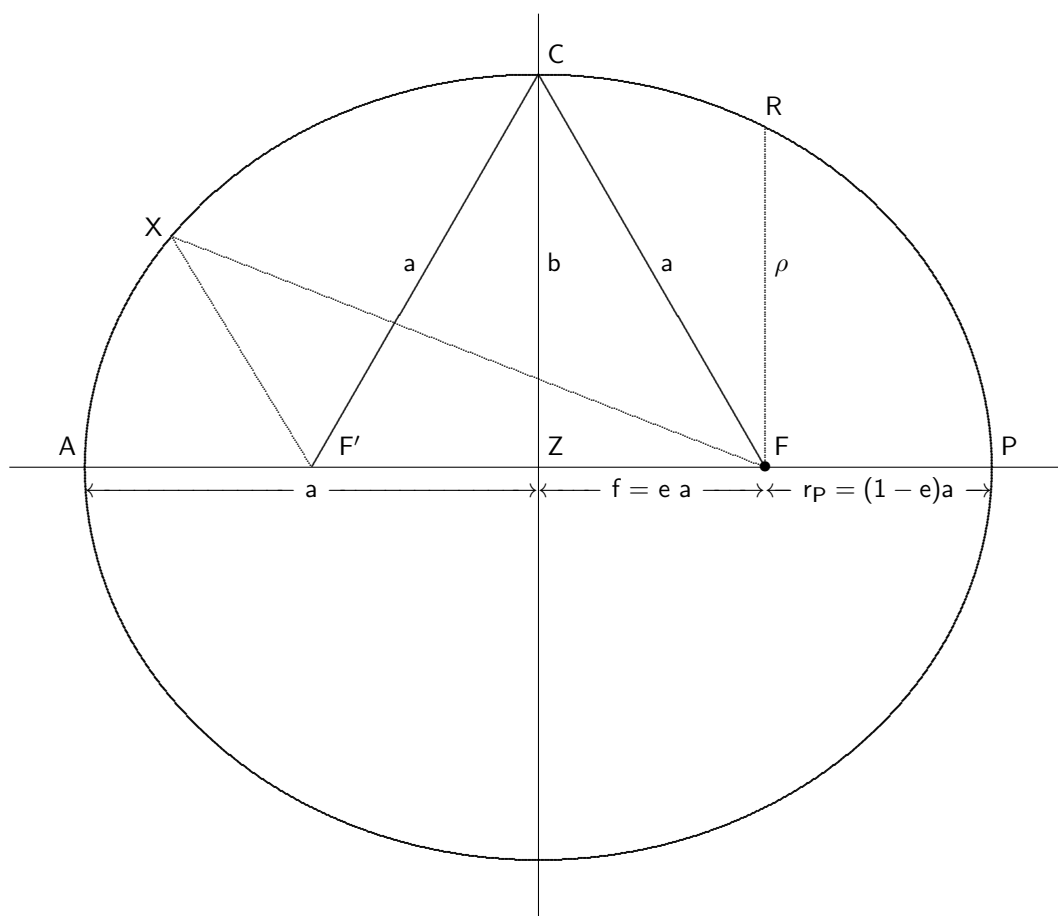


Abb. 4.3 Bahnellipse mit der Sonne im Brennpunkt (•) und  $e = 0.5$ .

Der Abstand der Brennpunkte vom Zentrum ist die *lineare Exzentrizität*<sup>15</sup>

$$f = \overline{ZF} = \overline{ZF'} = ea$$

Dies ist die Definition der *numerischen Exzentrizität*  $e = f/a$ . Sie ist  $e = 0$  für einen Kreis ( $b = a$ ) und  $e = 1$  für eine zur Strecke entartete Ellipse ( $b = 0$ ).

Die Ellipse ist der Ort aller Punkte X, deren Abstände zu den beiden Brennpunkten F und F' addiert konstant gleich  $2a$  ergeben:

$$\overline{F'X} + \overline{XF} = 2a \quad (4.19)$$

Daher ist

$$\overline{FC} = \overline{F'C} = a$$

und damit nach Pythagoras

$$\begin{aligned} f^2 + b^2 &= a^2 \\ b^2 &= a^2(1 - e^2) \\ b &= a\sqrt{1 - e^2} \\ e &= \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} \end{aligned} \quad (4.20)$$

<sup>15</sup>  $f$  ist **nicht** die Brennweite der Ellipse! Jene ist der Abstand des Brennpunkts F vom Scheitel P und hat die Länge  $(1 - e)a$ .

und für  $\rho = \overline{\text{FR}}$  gilt

$$\begin{aligned}\rho + \sqrt{\rho^2 + (2ea)^2} &= 2a \\ \rho^2 + 4e^2 a^2 &= 4a^2 - 4a\rho + \rho^2 \\ \rho &= a(1 - e^2)\end{aligned}\quad (4.21)$$

Die Perihel- und Aphelabstände von der Sonne sind

$$r_P = a - f = a(1 - e), \quad r_A = a + f = a(1 + e) \quad (4.22)$$

Der Exzentrizitätswinkel  $\varphi$  mit  $\sin \varphi = e$  wird manchmal benutzt, um  $f = a \sin \varphi$  und  $b = a \cos \varphi$  zu schreiben. In Abb. 4.3 sieht man, dass  $\varphi = \sphericalangle \text{FCZ}$  ist.

Die Bahngleichung in kartesischen Koordinaten ist

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Geht man von einem Kreis  $x^2 + y^2 = a^2$  aus, sieht man leicht, dass die Ellipse daraus zur Stauchung in  $y$ -Richtung im Verhältnis  $b/a$  hervorgeht.

Aus der Energieerhaltung folgt im Perihel P

$$E = \frac{1}{2}mv_P^2 - \frac{GmM}{a(1 - e)}$$

und im Aphel A

$$E = \frac{1}{2}mv_A^2 - \frac{GmM}{a(1 + e)}$$

Wegen der Drehimpulserhaltung ist

$$v_A a(1 + e) = v_P a(1 - e)$$

(da  $\vec{v} \perp \vec{r}$  in P und A) und daher

$$\frac{1}{2}mv_P^2 \left( \frac{1 - e}{1 + e} \right)^2 - \frac{GmM}{a(1 - e)} = \frac{1}{2}mv_P^2 - \frac{GmM}{a(1 + e)}$$

Daraus erhält man die Perihelgeschwindigkeit

$$v_P = \sqrt{\frac{GM}{a} \frac{1 + e}{1 - e}} \quad (4.23)$$

und die Aphelgeschwindigkeit

$$v_A = \sqrt{\frac{GM}{a} \frac{1 - e}{1 + e}}$$

Die **Gesamtenergie** ist erhalten und ist

$$E = \frac{1}{2}mv_P^2 - \frac{GmM}{a(1 - e)} = -\frac{GmM}{2a} \quad (4.24)$$

Die mittlere Bahngeschwindigkeit ist  $\langle v \rangle = u/T$ , wobei  $u$  der Umfang der Ellipse ist. Das elliptische Integral (zweiter Gattung)

$$u = \int_0^{\pi/2} \sqrt{a^2 \cos^2 \phi + b^2 \sin^2 \phi} \, d\phi = \int_0^{\pi/2} a \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \phi} \, d\phi$$

kann nur numerisch berechnet werden. Für kleine Exzentrizität  $e \ll 1$  gilt die Näherung

$$u \approx 2\pi a \left[ 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 e^2 - \left(\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\right)^2 \frac{e^4}{3} - \left(\frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}\right)^2 \frac{e^6}{5} \dots \right]$$

und mit  $T = 2\pi\sqrt{a^3/GM}$

$$\langle v \rangle \approx \sqrt{\frac{GM}{a}} \left[ 1 - \frac{1}{4}e^2 - \frac{3}{64}e^4 - \frac{5}{256}e^6 \dots \right]$$

Eine andere Näherung ist

$$\langle v \rangle \approx \sqrt{\frac{GM}{a}} \frac{3(a+b) - 2\sqrt{ab}}{4a}$$

Beide Näherungen sind für den Kreis ( $e = 0$ ) exakt. Für den Extremfall  $e = 1$  ist der Ellipsenumfang  $u = 4a$ , die Näherungen ergeben  $4.3a$  bzw.  $4.7a$ .

### 4.3.3 Die Hyperbelbahn

Die Hyperbelbahn (Abb. 4.4) beschreibt die Ablenkung eines nicht gravitativ gebundenen Körpers.

Die Hyperbel ist der Ort aller Punkte X, für die die Differenz ihrer Abstände zu den beiden Brennpunkten F und F' konstant gleich  $2a$  ist:

$$\overline{F'X} - \overline{XF} = 2a \quad (4.25)$$

Die mathematische Hyperbel hat zwei Äste, eine Hyperbelbahn ist aber nur ein Ast. Die lineare Exzentrizität ist  $f = \overline{ZF} = e \cdot a = \overline{ZB}$  und die Halbachse ist  $a = \overline{ZP}$  wie bei der Ellipse. Bei der Hyperbel ist aber  $e > 1$ .

Analog zur Ellipse definiert man auch eine zweite Halbachse  $b$  mit

$$\begin{aligned} b^2 + a^2 &= f^2 \\ b^2 &= a^2(e^2 - 1) \\ e &= \frac{f}{a} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{a} \end{aligned} \quad (4.26)$$

Bei der Hyperbel kann  $b > a$  sein (bei  $e > \sqrt{2}$ ). Die Asymptoten der Hyperbel haben die Steigung  $\pm \frac{b}{a}$ . Das sieht man leicht aus der Hyperbelgleichung

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

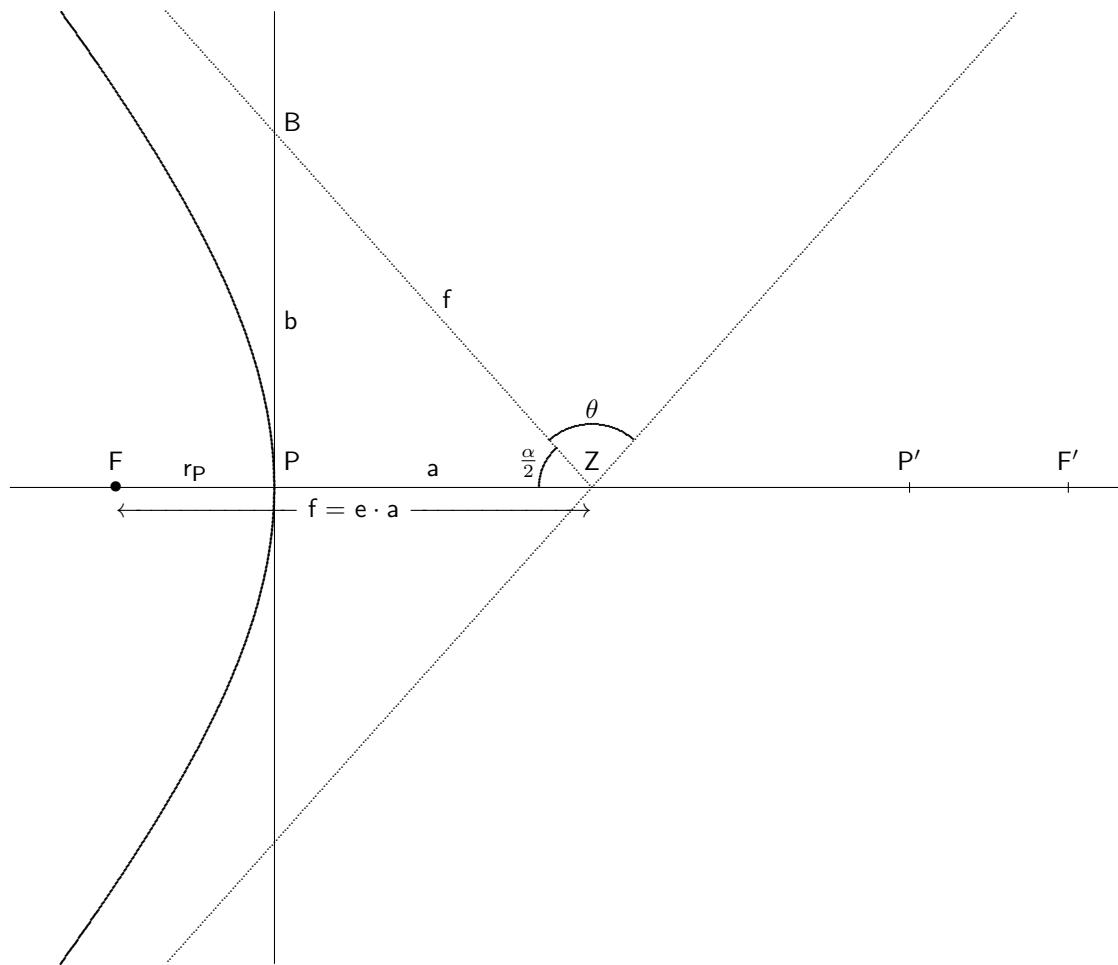
für  $x \rightarrow \infty, y \rightarrow \infty$ .

Der Perihelabstand von der Sonne ist

$$r_P = f - a = a(e - 1) = b\sqrt{\frac{e-1}{e+1}} \quad (4.27)$$

Asymptotisch, also lange vor der Ablenkung und lange nach der Ablenkung durch die Sonne, bewegt sich der Körper entlang der Asymptoten der Hyperbel, der Ablenkwinkel ist  $\theta = 180^\circ - \alpha$  und der Winkel zwischen den Asymptoten ist  $\alpha$  mit

$$\cot \frac{\theta}{2} = \tan \frac{\alpha}{2} = \frac{b}{a} = \sqrt{e^2 - 1} \quad (4.28)$$



**Abb. 4.4** Hyperbelbahn ( $e = 1.5$ ) mit der Sonne ( $\bullet$ ) im Brennpunkt F und den Asymptoten (.....).

bzw.

$$e = \frac{1}{\sin \frac{\theta}{2}}$$

und der kleinste Abstand zwischen einer Asymptote und einem Brennpunkt ist  $b$ .

Für die Streuung der Masse  $m$  mit der Gesamtenergie

$$E = \frac{1}{2}mv_{\infty}^2 = \frac{GMm}{2a}$$

( $v_{\infty}$  ist die Geschwindigkeit lange vor bzw. nach der Streuung) am Gravitationspotential der sehr viel größeren Masse  $M$  ist im Perihel

$$v_P = v_{\infty} \sqrt{\frac{e+1}{e-1}}$$

$$r_P = \frac{GMm}{2E} \left( \frac{1}{\sin \theta/2} - 1 \right) = a(e-1) = b \sqrt{\frac{1 - \sin \frac{\theta}{2}}{1 + \sin \frac{\theta}{2}}}$$

(aus Energie- und Drehimpulserhaltung). Damit wird

$$\frac{1}{\sin^2 \frac{\theta}{2}} = e^2 = \frac{b^2}{a^2} + 1 = \left( \frac{2bE}{GMm} \right)^2 + 1$$

$$\tan \frac{\theta}{2} = \frac{GMm}{2bE}$$

#### 4.3.4 Drehimpuls

Das Gesetz der Erhaltung des Drehimpulses in der Mechanik führt auf das 2. Keplersche Gesetz: Der Radius überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen.

$$\begin{aligned}\vec{L} &= \vec{r} \times \vec{p} = m\vec{r} \times \dot{\vec{r}} \\ L &= mr \sin \theta \frac{ds}{dt} \\ &= mr \frac{r d\phi}{dt} = 2m \frac{dA}{dt}\end{aligned}\quad (4.29)$$

wobei  $\theta$  der Winkel zwischen Radius und Geschwindigkeit ist, und  $\phi$  der Bahnwinkel, der als *wahre Anomalie*  $v$  (kleines griechisches ypsilon, nicht  $v$ ) von P aus gerechnet wird.

Wenn die Masse  $m$  den Weg  $|d\vec{r}| = ds$  zurücklegt, überstreicht der Radius die Dreiecksfläche  $dA = \frac{1}{2}r \cdot r d\phi$ . Die Flächengeschwindigkeit

$$\frac{dA}{dt} = \frac{L}{2m}\quad (4.30)$$

ist also konstant.

Bei der Kreisbahn ist  $\theta = 90^\circ$ , und sowohl  $r$  als auch  $v = v_0 = m\dot{r}$  sind konstant. Der Drehimpuls ist

$$L = mrv_0 = m\sqrt{GM}r\quad (4.31)$$

Bei der Ellipsenbahn gilt im Perihel mit (4.23)

$$L = mr_P v_P = ma(1-e)\sqrt{\frac{GM}{a} \frac{1+e}{1-e}}$$

und damit wegen der Drehimpulserhaltung überall

$$L = m\sqrt{GMa(1-e^2)}\quad (4.32)$$

Man sieht, dass der Bahndrehimpuls (4.31) der Kreisbahn für  $e = 0$  auch durch diese Gleichung beschrieben wird.

Die Ellipsenfläche ist

$$A = \pi ab = \pi a^2 \sqrt{1-e^2}\quad (4.33)$$

Aus dem Zusammenhang mit der Flächengeschwindigkeit (4.30) kann man die Umlaufzeit berechnen:

$$T = \frac{A}{dA/dt} = \frac{2mA}{L} = \frac{2m\pi a^2 \sqrt{1-e^2}}{m\sqrt{GMa(1-e^2)}} = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{GM}}$$

was mit dem 3. Keplerschen Gesetz der Kreisbahn (4.13) übereinstimmt. Es gilt daher für alle Kepler-Bahnen

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} a^3$$

das Quadrat der Umlaufzeit ist proportional zur dritten Potenz der großen Halbachse der Bahnellipse.

Damit wird die Perihelgeschwindigkeit

$$v_P = \sqrt{\frac{GM}{a} \frac{1+e}{1-e}} = \frac{2\pi a}{T} \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\quad (4.34)$$



### 4.3.5 Lösung der Bewegungsgleichung

Die Newtonschen Bewegungsgleichungen mit Koordinatenursprung bei der Masse  $M$  sind

$$\begin{aligned}\mu\ddot{\vec{r}} &= \frac{mM}{m+M}\ddot{\vec{r}} = -G\frac{Mm}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}\vec{r} \\ \ddot{\vec{r}} &= -\frac{G(M+m)}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}\vec{r}\end{aligned}\quad (4.35)$$

oder vereinfacht  $m \ll M$

$$\begin{aligned}m\ddot{\vec{r}} &= -G\frac{Mm}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}\vec{r} \\ \ddot{\vec{r}} &= -\frac{GM}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}\vec{r} = -\frac{GM}{r^3}\vec{r} \\ \ddot{x} &= -\frac{GM}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}x \\ \ddot{y} &= -\frac{GM}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}y \\ \ddot{z} &= -\frac{GM}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}z\end{aligned}\quad (4.36)$$

Dies ist ein Satz von 3 Differentialgleichungen zweiter Ordnung. Ihre Lösung enthält zwei (vektorielle) Integrationskonstanten, von denen wir eine bereits kennengelernt haben, den Drehimpuls  $L$ . Aus (4.36) folgt nach (4.9) die Drehimpulserhaltung  $\vec{L} = \text{const.}$  Wir multiplizieren nun

$$\frac{\vec{L}}{m} = \vec{r} \times \dot{\vec{r}} \quad (4.37)$$

(Vektorprodukt  $\times$ ) mit (4.36):

$$\begin{aligned}\frac{\vec{L}}{m} \times \ddot{\vec{r}} &= -\frac{GM}{r^3}(\vec{r} \times \dot{\vec{r}}) \times \vec{r} \\ &= -\frac{GM}{r^3}[r^2\dot{\vec{r}} - (\vec{r} \cdot \dot{\vec{r}})\vec{r}]\end{aligned}\quad (4.38)$$

Da  $\vec{L} = \text{const}$  ist, ergibt die Integration von (4.38)

$$\frac{\vec{L}}{m} \times \dot{\vec{r}} = -\frac{GM}{r}\vec{r} - \vec{C} \quad (4.39)$$

mit der Integrationskonstanten  $\vec{C}$ , die von den Anfangsbedingungen abhängt. Zum Beweis von (4.39):

$$\frac{d}{dt} \frac{\vec{r}}{r} = \frac{1}{r}\dot{\vec{r}} + \frac{-1}{r^2}\dot{r}\vec{r} = \frac{1}{r}\dot{\vec{r}} - \frac{1}{r^2}\frac{\vec{r} \cdot \dot{\vec{r}}}{r}\vec{r} = \frac{1}{r^3}[r^2\dot{\vec{r}} - (\vec{r} \cdot \dot{\vec{r}})\vec{r}]$$

wobei  $\dot{r} \neq |\dot{\vec{r}}|$

$$\dot{r} = \frac{\partial\sqrt{x^2+y^2+z^2}}{\partial x}\dot{x} + \frac{\partial\sqrt{x^2+y^2+z^2}}{\partial y}\dot{y} + \frac{\partial\sqrt{x^2+y^2+z^2}}{\partial z}\dot{z} = \frac{\vec{r} \cdot \dot{\vec{r}}}{r}$$

Aus (4.39) folgt

$$\begin{aligned}\left(\frac{\vec{L}}{m} \times \dot{\vec{r}}\right) \cdot \vec{r} &= -\frac{GM}{r}\vec{r} \cdot \vec{r} - \vec{C} \cdot \vec{r} \\ \frac{\vec{L}}{m} \cdot (\dot{\vec{r}} \times \vec{r}) &= -\frac{L^2}{m^2} = -GMr - GMer \cos v = -GMr(1 + e \cos v)\end{aligned}\quad (4.40)$$

wobei  $\nu$  der Winkel zwischen  $\vec{C}$  und  $\vec{r}$  ist, und

$$e := \frac{|\vec{C}|}{GM}$$

durch die Anfangsbedingungen gegeben ist. Daraus erhält man eine parametrische Bahnkurve  $r(\nu)$

$$\rho := \frac{L^2}{GMm^2} = r(1 + e \cos \nu) \quad (4.41)$$

oder

$$r = \frac{\rho}{1 + e \cos \nu} \quad (4.42)$$

Das ist ein Kegelschnitt mit kleinsten Abstand  $r_P = \rho/(1 + e)$  von  $M$  im Brennpunkt und Exzentrizität  $e$ .

Für die **Ellipsenbahn** mit (4.32) ist

$$\rho = \frac{L^2}{GMm^2} = a(1 - e^2) = \overline{FR} \quad (4.43)$$

(vgl. Abb. 4.3).

Für  $\nu = 0$  ist  $r = r_P = \rho/(1 + e) = a(1 - e)$ .

Für  $\nu = \pi$  ( $180^\circ$ ) ist  $r = r_A = \rho/(1 - e) = a(1 + e)$ , der größte Abstand von  $M$ .

Für  $\nu = \pi/2$  ( $90^\circ$ ) ist  $r = \rho$ .

Für die **Parabelbahn** mit  $e = 0$  ist  $\rho = r_P = r_0$  die Brennweite, und  $r_A = \infty$ .

Für die **Hyperbelbahn** ist  $e > 1$  und  $\rho = (e^2 - 1)a = r_0(1 + e)$ , und der Wertebereich von  $\nu$  ist durch die beiden Lösungen von  $e \cos \nu_\infty = -1$  begrenzt, bei denen  $r \rightarrow \infty$  geht.

#### 4.4 Lagrangepunkte

Ein stabiles System aus zwei um den gemeinsamen Schwerpunkt rotierenden Massen kann durch ein Potenzial im mitrotierenden Koordinatensystem beschrieben werden, das die Gravitation und die Zentrifugalkraft berücksichtigt.

Als einfachstes Beispiel nehmen wir eine Kreisbahn mit Umlaufperiode  $T$ . Die Massen  $M_1$  und  $M_2$  haben dann vom Schwerpunkt den Abstand  $r_1$  und  $r_2$  auf einer Achse, die die  $x$ -Achse unseres Koordinatensystems bildet. Die Bahnebene sei die  $xy$ -Ebene. Es gilt nach (4.4) und (4.10)

$$\begin{aligned} x_1 &:= r_1, y_1 = 0, z_1 = 0 \\ x_2 &:= -r_2, y_2 = 0, z_2 = 0 \\ M_1 r_1 &= M_2 r_2 = -M_2 x_2 = \frac{GM_1 M_2 T^2}{4\pi^2 (r_1 + r_2)^2} \\ x_2 &= -\frac{M_1}{M_2} x_1 \\ \frac{2\pi^2}{T^2} &= \frac{GM_2}{2x_1^3 (1 + M_1/M_2)^2} \end{aligned}$$

Das Gravitationspotenzial in der  $xy$ -Ebene ist

$$V_G = -\frac{GM_1}{\sqrt{(x - x_1)^2 + y^2}} - \frac{GM_2}{\sqrt{(x - x_2)^2 + y^2}} \quad (4.44)$$

Dazu kommt das Zentrifugalpotenzial, das zur Kraft

$$\vec{F} = m \frac{4\pi^2}{T^2} \vec{r} = -m \nabla V_Z$$

gehört:

$$V_Z = -\frac{2\pi^2}{T^2} (x^2 + y^2) = -\frac{GM_2}{2x_1^3(1 + M_1/M_2)^2} (x^2 + y^2)$$

Zum Beweis rechnet man

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} V_Z &= 2x \frac{2\pi^2}{T^2} \\ \frac{\partial}{\partial y} V_Z &= 2y \frac{2\pi^2}{T^2} \\ \frac{\partial}{\partial z} V_Z &= 0 \\ \nabla V_Z &= \frac{4\pi^2}{T^2} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Das Potenzial eines **im rotierenden System** ruhenden Körpers ist daher

$$V = -GM_2 \left[ \frac{(x^2 + y^2)}{2x_1^3(1 + M_1/M_2)^2} + \frac{M_1}{M_2 \sqrt{(x - x_1)^2 + y^2}} + \frac{1}{\sqrt{(x - x_2)^2 + y^2}} \right] \quad (4.45)$$

Dieses Potenzial hat mehrere Maxima und Sattelpunkte, die *Lagrangepunkte*. Ein Körper (kleiner Masse) an diesen Punkten erfährt keine Kraft und bleibt im labilen Gleichgewicht. Die Lagrangepunkte werden daher auch als *Librationspunkte* bezeichnet. Interessant sind besonders die Sattelpunkte, weil sich dort ein Körper in einer stabilen Umlaufbahn in der Ebene des ansteigenden Potenzials befinden kann. Es gibt drei solcher Punkte auf der  $x$ -Achse.

Die Lagrangepunkte des Systems Erde–Sonne sind  $L_1$  in einer Entfernung von 0.00997 AE von der Erde in Richtung Sonne,  $L_2$  in einer Entfernung von 0.01004 AE von der Erde entgegen der Sonnenrichtung, und  $L_3$  der Erde genau gegenüber, 1.000004 AE von der Sonne. Die seitlichen Lagrangepunkte  $L_4$  und  $L_5$  liegen (wie  $L_3$ ) auf der Erdbahn in einem Bahnwinkel von  $\pm 60.0^\circ$  zur Achse Sonne–Erde. Dabei läuft  $L_4$  der Erde voraus und  $L_5$  hinterher.

## 4.5 Mehrkörperproblem und Störungsrechnung

Das Problem von mehr als zwei Massen, die gegenseitige Gravitationskräfte ausüben, kann man nicht mehr analytisch lösen. In unserem Sonnensystem sind aber die Kräfte anderer Körper klein gegen die Anziehung durch die Sonne, es kommt daher nur zu geringfügigen Störungen der Planetenbahnen.

Die Berechnung dieser Korrekturen an die Zweikörper-Lösung bezeichnet man als Störungsrechnung.

## 4.6 Periheldrehung

Korrekturen zur Newtonschen Gravitation liefert die Allgemeine Relativitätstheorie von Albert Einstein. In ihr wird die Gravitation durch einen nichteuklidischen „gekrümmten“ Raum beschrieben. Die Raumkrümmung beschreibt mathematisch ein Metrik-Tensor.

Beschreibt man die Raumkrümmung in unserem Sonnensystem durch die Schwarzschild-Metrik, die die Raumgeometrie um eine kugelsymmetrische Masse wiedergibt, findet man für Teilchen mit konstantem

Drehimpuls als exakte Lösung Rosettenbahnen. Auf denen bewegen sich demzufolge auch die Planeten unseres Sonnensystems. Dies entspricht einer Bewegung des Perihels der Kepler-Ellipse auf einer Kreisbahn.

Bezeichnet man mit  $\psi$  den Winkel, um den sich das Perihel pro Umlauf des Planeten um die Sonne dreht, so erhält man:

$$\frac{\psi}{2\pi} = \frac{3R_S}{2a}$$

wobei  $R_S$  der Schwarzschildradius der Sonne und  $a$  die große Halbachse der Bahnellipse sind. Der Schwarzschildradius einer Masse  $M$  ist

$$R_S = \frac{2GM}{c^2}$$

Er hat für die Erde den Wert  $R_S \approx 9\text{mm}$  und für die Sonne  $R_S \approx 3\text{km}$ . Die Periheldrehung wurde bei vielen Planeten und Planetoiden beobachtet. Tabelle 4.1 enthält die für einige Objekte unseres Sonnensystems berechneten sowie die gemessenen Werte.

Tab. 4.1 Periheldrehung		
Name	Vorhersage in "/100 a	Messung in "/100 a
Merkur	43.03	$43.11 \pm 0.45$
Venus	8.6	$8.4 \pm 4.8$
Erde	3.8	$5.0 \pm 1.2$
Icarus	10.3	$9.8 \pm 0.8$

Icarus ist ein Planetoid, dessen Bahn eine Exzentrizität von 83% aufweist, und der im Perihel dichter als Merkur an die Sonne herankommt, und im Aphel weiter als Mars von ihr entfernt ist.

## 4.7 Bahnelemente

Die Berechnung der Planetenbahnen im Ekliptikalsystem erfordert 6 Parameter, die *Bahnelemente*.

Die Form der Bahnellipse ist gegeben durch zwei Parameter, die große Halbachse  $a$  und die numerische Exzentrizität  $e$ , die das Verhältnis der beiden Halbachsen  $a$  und  $b$  der Ellipse beschreibt.

Die Orientierung der Bahnebene, in der die Ellipse liegt, wird durch die Inklination  $i$ , den Winkel zwischen Bahnebene und Ekliptik, angegeben.

Die Lage der Bahn ist gegeben durch die ekliptikale Länge  $\Omega$  des *aufsteigenden Knotens*  $\Omega$ , wo die Bahn die Ekliptik von Süd nach Nord schneidet. Die Sonne befindet sich im Brennpunkt der Ellipse auf der *Knotenlinie* vom absteigenden Knoten  $\vartheta$  zum aufsteigenden Knoten  $\Omega$ .

Der Winkel von  $\Omega$  zum Perihel P in der Bahnebene ist  $\omega$ , angegeben wird jedoch meist

$$\tilde{\omega} := \Omega + \omega$$

(„Länge des Perihels“), damit auch für  $i = 0^\circ$  ein Wert sinnvoll definiert ist. Dies sind die fünf Parameter, die die Lage der Bahnellipse im Raum eindeutig festlegen.

Um die Position des Planeten zu berechnen, ist als sechster Parameter noch ein Zeitpunkt  $t_P$  erforderlich, zu dem sich der Planet im Perihel befindet. Stattdessen gibt man zu einer festen Zeit (der Epoche der Bahndaten) den Wert der *mittleren Länge*

$$L = \tilde{\omega} + M$$

an. Dabei ist  $M$  die mittlere Anomalie zur Epoche, also der Bahnwinkel einer gedachten idealen Kreisbahn vom Perihel aus:

$$M = \frac{t - t_P}{T} \cdot 2\pi \quad (4.46)$$

Die Bahnelemente  $\omega, \Omega, i$  werden auch durch zwei Vektoren  $\vec{P}$  (Richtungsvektor des Perihels von der Sonne) und  $\vec{Q}$  (Normalenrichtung zur Bahnebene) ausgedrückt:

$$\begin{aligned} P_x &= \cos \omega \cos \Omega \sin \omega \cos i \sin \Omega \\ P_y &= \cos \omega \sin \Omega + \sin \omega \cos i \cos \Omega \\ P_z &= \sin \omega \sin i \\ Q_x &= -\sin \omega \cos \Omega - \cos \omega \cos i \sin \Omega \\ Q_y &= -\sin \omega \sin \Omega + \cos \omega \cos i \cos \Omega \\ Q_z &= \cos \omega \sin i \end{aligned}$$

## 4.8 Die Erdbahn als Beispiel

Die Bahnelemente der Erdbahn (Schwerpunkt Erde-Mond, gültig für 1800–2050 zur Ephemeridenberechnung) von zwei verschiedenen Modellen: [6]

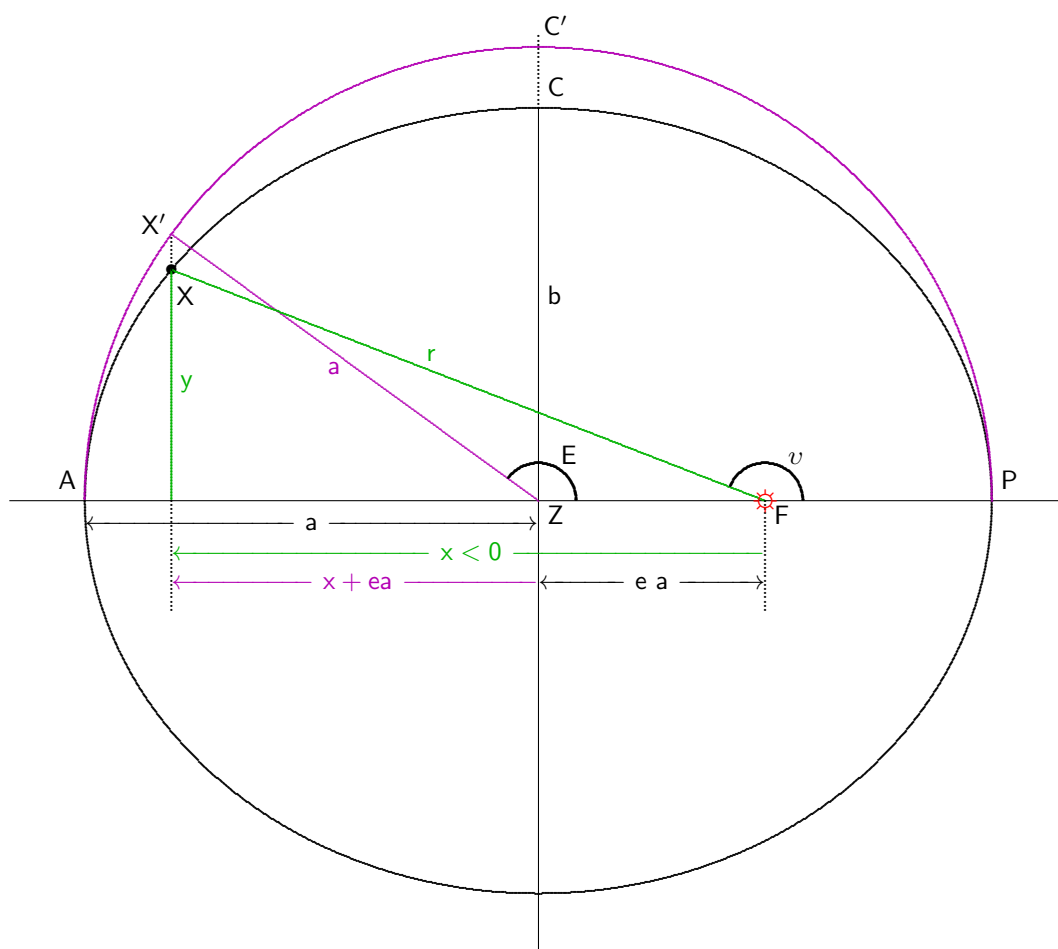
$$\begin{aligned} a &= 1.00000261 \text{ AE} + 0.00000562 \text{ AE} \cdot \frac{D_{2000}}{36525} \\ e &= 0.01671123 - 0.00004392 \cdot \frac{D_{2000}}{36525} \\ i &= -0.00001531^\circ - 0.01294668^\circ \cdot \frac{D_{2000}}{36525} \\ L &= 100.46457166^\circ + 35999.37244981^\circ \cdot \frac{D_{2000}}{36525} \\ \tilde{\omega} &= 102.93768193^\circ + 0.32327364^\circ \cdot \frac{D_{2000}}{36525} \\ D_{2000} &= JD - 2451545.0 \end{aligned} \quad (4.47)$$

bzw. [7]

$$\begin{aligned} a &= 1.00000011 \text{ AE} - 0.00000005 \text{ AE} \cdot \frac{D_{2000}}{36525} \\ e &= 0.01671022 - 0.00003804 \cdot \frac{D_{2000}}{36525} \\ i &= 0.00005^\circ - 0.01304^\circ \cdot \frac{D_{2000}}{36525} \\ L &= 100.46435^\circ + 35999.372397^\circ \cdot \frac{D_{2000}}{36525} \\ \tilde{\omega} &= 102.93768193^\circ + 0.32327364^\circ \cdot \frac{D_{2000}}{36525} \end{aligned} \quad (4.48)$$

wobei  $D_{2000}$  die Zahl der Tage seit dem 1.01.2000 12:00 TT ist und  $L$  die mittlere Länge im heliozentrischen Ekliptikalsystem.

Über längere Zeiten ändern sich die Bahnelemente durch den Einfluss der anderen Planeten unregelmäßig [8]. So war das siderische Jahr zur Epoche 1900 nur 365.2563604 Tage lang, 0.23s kürzer als im Jahr 2000.



**Abb. 4.5** Positionsberechnung auf einer Keplerschen Ellipsenbahn (Beispiel im zweiten Quadranten).

Die *mittlere Anomalie*  $M$  ist ein Winkel, der im Perihel  $0$  ist und sich gleichförmig innerhalb eines anomalistischen Jahres ( $Y_a = 365.259636\text{d}$ ) um  $360^\circ$  bzw.  $2\pi$  ändert. Ist die Zeit seit dem letzten Periheldurchgang  $t$ , so ist die mittlere Anomalie

$$M = 2\pi \frac{t}{Y_a} \quad (4.49)$$

Für ein Datum, das  $D_{2000}$  Tage nach dem 1.01.2000 12:00 TT liegt ist die mittlere Anomalie der Erde

$$M = 357.528^\circ + \frac{360^\circ}{Y_a} \cdot D_{2000} \quad (4.50)$$

Nach dem 2. Keplerschen Gesetz ändert sich die überstrichene Fläche gleichförmig, und es ist

$$A(t) = \pi ab \frac{t}{Y_a} = ab \frac{M}{2} \quad (4.51)$$

Bildet man die Ellipse wie in Abb. 4.5 und 4.6 durch Streckung in Richtung der kleinen Halbachse  $b$  auf einen Kreis mit Radius  $a$  ab, ist der Bildpunkt der Planetenposition  $X$  der Punkt  $X'$  auf dem Kreis. Die exzentrische Anomalie  $E$  ist der Bahnwinkel von  $X'$ , daher ist die Fläche

$$A(\widehat{FPX}) = \frac{b}{a} A(\widehat{FPX}') = \frac{b}{a} [A(\widehat{ZPX}') - \triangle(ZFX)']$$

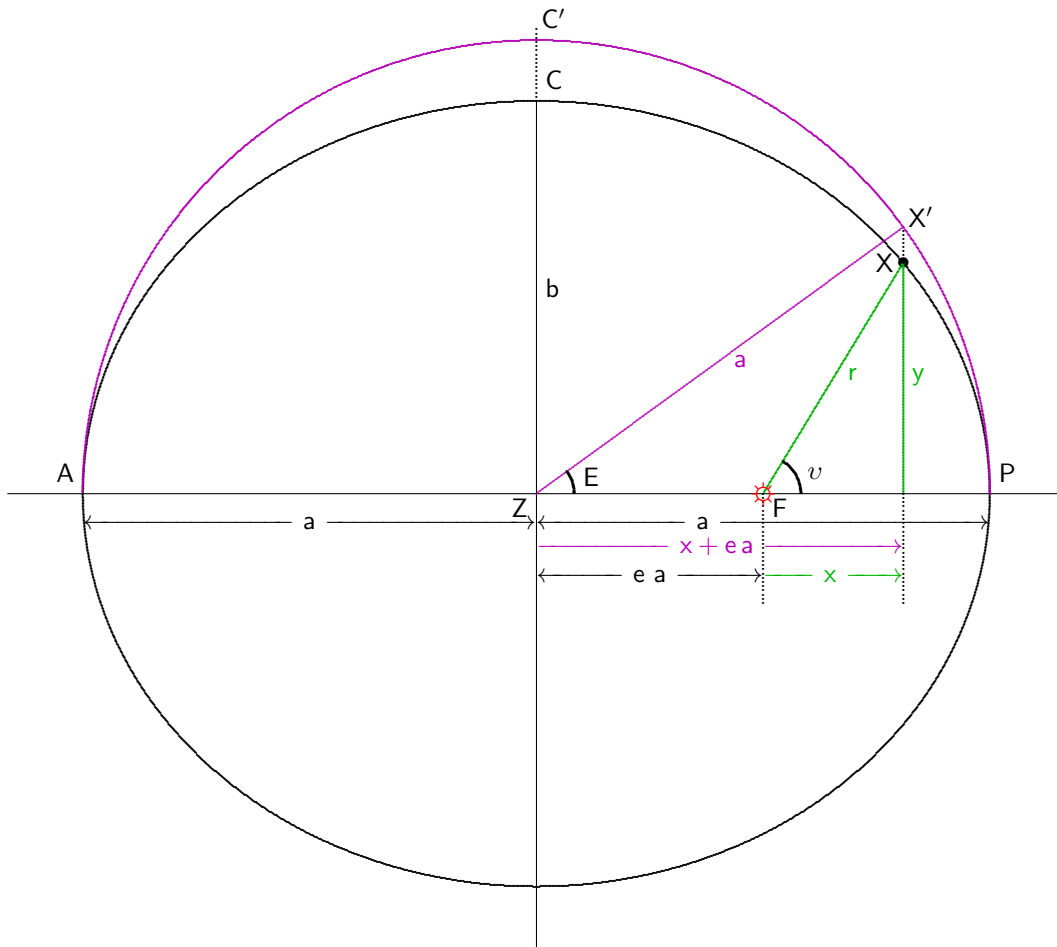


Abb. 4.6 Positionsberechnung auf einer Keplerschen Ellipsenbahn (Beispiel im ersten Quadranten).

also

$$A(t) = \frac{b}{a} \left[ \frac{1}{2} E a^2 - \frac{1}{2} (ea)(a \sin E) \right] = \frac{1}{2} ab(E - e \sin E)$$

und mit (4.51) ist

$$E - e \sin E = M$$

Diese Gleichung kann man nur numerisch nach  $E$  auflösen, z.B. durch den Startwert  $E_1 = M$  und die Iteration  $E_{n+1} = M + e \sin E_n$ . Eine Näherung bis zur Ordnung  $e^2$  ist

$$E \approx M + e \sin M + \frac{1}{2} e^2 \sin 2M$$

Die wahre Anomalie  $v$  (kleines griechisches ypsilon) erhält man nach Abb. 4.5 oder 4.6 aus

$$\begin{aligned} \tan v &= \frac{y}{x} \\ y = r \sin v &= \frac{b}{a} \cdot a \sin E = a \sin E \cdot \sqrt{1 - e^2} \\ x = r \cos v &= (x + ea) - ea = a \cos E - ae = a(\cos E - e) \end{aligned} \tag{4.52}$$

als

$$v = \text{atan2}(\sqrt{1 - e^2} \sin E, \cos E - e)$$

oder durch trigonometrische Umformung

$$\frac{v}{2} = \arctan \left( \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan \frac{E}{2} \right) \quad (4.53)$$

Eine Näherung bis zur Ordnung  $e^2$  ist

$$v \approx E + e \sin E + \frac{e^2}{4} \sin 2E \approx M + 2e \sin M + \frac{5e^2}{4} \sin 2M \quad (4.54)$$

#### 4.8.1 Bahnradius

Der Abstand Sonne-Erde ist<sup>16</sup>

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = a(1 - e \cos E) = a \frac{1 - e^2}{1 + e \cos v} \quad (4.55)$$

wobei der zweite Term auch als (4.42) aus der Lösung der Bewegungsgleichungen erhalten wurde.

Der mittlere Bahnradius ist der zeitgemittelte Abstand von der Sonne

$$\langle r \rangle = \frac{1}{T} a \int_0^T (1 - e \cos E(t)) dt = \frac{1}{2\pi} a \int_0^{2\pi} (1 - e \cos E) dM$$

Mit  $E - e \sin E = M$  ist  $dM = (1 - e \cos E) dE$ , also

$$\langle r \rangle = \frac{1}{2\pi} a \int_0^{2\pi} (1 - e \cos E)^2 dE = a \left( 1 - \frac{e}{\pi} \int_0^{2\pi} \cos E dE + \frac{e^2}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos^2 E dE \right) = a \left( 1 + \frac{e^2}{2} \right)$$

Oft bezeichnet man auch den Mittelwert über alle Winkel  $E$  als mittleren Bahnradius und erhält

$$\langle r \rangle_E = \frac{1}{2\pi} a \int_0^{2\pi} (1 - e \cos E) dE = a$$

identisch mit der großen Halbachse<sup>17</sup>.

#### 4.8.2 Berechnung der Äquatorialkoordinaten der Sonne und der Zeitgleichung

Um die Äquatorialkoordinaten der Sonne zu berechnen, benötigen wir zunächst die Ekliptikkoordinaten. Die ekliptikale Breite ist  $\beta_e = 0$ , da die Sonne sich per definitionem in der Ekliptik bewegt. Die ekliptikale Länge unterscheidet sich von der im Perihel um die wahre Anomalie  $v$  der Erdbahn. Sie ist um  $180^\circ$  gegen die mittlere Länge der Erdbahn verschoben: die Richtung Erde–Sonne zeigt entgegen der Richtung Sonne–Erde. Zur Länge des Perihels der Erde  $L = 100.461^\circ$  zur Epoche 2000.0 (12:00 UT1) gehört die Länge der Sonne  $L = 280.461^\circ$ .

Wenn die Erdbahn ein Kreis wäre ( $e = 0$ ), würde die Länge gleichmäßig in einem tropischen Jahr von  $Y_t$  Tagen um  $360^\circ$  anwachsen. Dies ist die Idee der *mittleren Länge*  $L$ . Man kann sie aus der mittleren Länge zur Epoche 2000.0 leicht berechnen. Für ein Datum, das  $D_{2000}$  Tage nach 1.01.2000 12:00 UTC liegt ( $Y_t = 365.242188$  d), ist

$$L = 280.461^\circ + \frac{360^\circ}{Y_t} \cdot D_{2000} \quad (4.56)$$

<sup>16</sup>  $x^2 + y^2 = a^2(\cos^2 E + e^2 - 2e \cos E) + a^2(\sin^2 E - e^2 \sin^2 E) = a^2(1 + e^2 \cos^2 E - 2e \cos E)$ .

<sup>17</sup> In Tabellen mit „mittlerem Bahnradius“ ist daher meist die große Halbachse gemeint!



die mittlere Länge analog zur mittleren Anomalie nach (4.50). Die Winkel  $\lambda_e$  und  $v$  werden in der gleichen Ebene gemessen, der Ekliptik. Ist die Erde im Perihel, so ist die ekliptikale Länge der Sonne  $\lambda_e = L$  und die wahre Anomalie  $v = M = 0$ . Die Differenz  $L - M = \tilde{\omega} + 180^\circ$  beschreibt die Wanderung des Perihels im heliozentrischen Ekliptikalsystem mit dem Frühlingspunkt als Längennullpunkt. Der Winkel zum Perihel ist aber  $v$ , also

$$\begin{aligned}\lambda_e &= L - M + v \\ &\approx L + 1.9150^\circ \sin M + 0.0200^\circ \sin 2M \\ \alpha &= \arctan(\tan \lambda_e \cos \epsilon) = \operatorname{atan2}(\sin \lambda_e \cos \epsilon, \cos \lambda_e)\end{aligned}\quad (4.57)$$

$$\delta = \arcsin(\sin \epsilon \sin \lambda_e) \quad (4.58)$$

$$Z = (L - \alpha) \cdot \frac{3.9891 \text{ min}}{1^\circ} \quad (4.59)$$

Dabei können die Winkel  $M$ ,  $L$  und  $\lambda_e$  immer modulo  $360^\circ$  genommen werden. Die Schiefe der Ekliptik ist  $\epsilon = 23.43928^\circ$  (2000.0). Die Koeffizienten zur Berechnung der ekliptikalen Länge  $\lambda_e$  aus (4.54) sind Funktionen der Exzentrizität  $e$  der Erdbahn (4.48)

$$2e \frac{180^\circ}{\pi} = 1.9150^\circ, \quad \frac{5}{4} e^2 \frac{180^\circ}{\pi} = 0.0200^\circ$$

Die Rektaszension der Sonne  $\alpha$  erhält man aus (4.57). Dabei bekommt man eine eindeutige Lösung, wenn man beachtet, dass  $\alpha$  und  $\lambda_e$  im gleichen Quadranten liegen. Das Resultat in  $^\circ$  kann man mit dem Faktor  $24^h/360^\circ$  in Stunden umrechnen und modulo  $24^h$  auf den Bereich  $-12^h \dots 12^h$  bringen<sup>18</sup>. Die Umrechnung zwischen  $^\circ$  und Minuten für die Zeitgleichung  $Z$  (wahre Sonnenzeit – mittlere Sonnenzeit) ergibt sich aus der mittleren siderischen Winkelgeschwindigkeit der Erdrotation von  $0.25068^\circ/\text{min}$  entsprechend  $3.9891 \text{ min}/^\circ = 23.93447 \text{ h}/360^\circ$  (1 Sterntag =  $360^\circ$ ).

Die Genauigkeit der vorgestellten Näherung liegt bei  $\pm 0.03 \text{ min}$ , also weniger als 2 Sekunden. Strebt man eine Genauigkeit besser als 1 Sekunde an, muss man statt der Atomzeit UTC die astronomische Zeit UT1 verwenden, die die Ungleichförmigkeit der Erddrehung berücksichtigt.

Die Deklination der Sonne erhält man aus (4.58). Sie ist in Kreisbahn-Näherung

$$\delta \approx 23.438^\circ \cdot \sin 2\pi \frac{JD - JD_\Upsilon}{365.24} \quad (4.60)$$

mit Abweichungen um bis zu  $2^\circ$  (im Herbst).

## 4.9 Heliozentrische Planetenpositionen

Aus den Bahnelementen der Planeten kann man ihre Position im heliozentrischen Ekliptikalsystem berechnen. Dazu bestimmt man die exzentrische Anomalie  $E$  und  $x, y$  nach (4.52). Die kartesischen Koordinaten im heliozentrischen Ekliptikalsystem sind [6]

$$\begin{aligned}x_h &= (\cos \omega \cos \Omega - \sin \omega \sin \Omega \cos i) x - (\sin \omega \cos \Omega + \cos \omega \sin \Omega \cos i) y \\ y_h &= (\cos \omega \sin \Omega + \sin \omega \cos \Omega \cos i) x - (\sin \omega \sin \Omega - \cos \omega \cos \Omega \cos i) y \\ z_h &= (\sin \omega \sin i) x + (\cos \omega \sin i) y\end{aligned}\quad (4.61)$$

Diese kann man in Polarkoordinaten  $(r, \beta_h, \lambda_h)$  umrechnen.

<sup>18</sup> Man findet manchmal die Näherung  $\alpha \approx \lambda_e - 2.4657^\circ \sin 2\lambda_e + 0.0531^\circ \sin 4\lambda_e$ . Das ist die Taylorreihe um 0 nach  $x = \tan^2 \frac{\epsilon}{2}$ , mit den Koeffizienten  $x \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 2.4657^\circ$  und  $\frac{x^2}{2} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 0.0531^\circ$ .

## 4.10 Geozentrische Planetenbahnen

*Obere Planeten* sind Planeten außerhalb der Erdbahn. Ihre Bahnen liegen im geozentrischen Weltbild des Ptolemaios über der Sonnenbahn.

In der *Konjunktion* ( $\sigma$ ) ist der Planet hinter der Sonne (lat. conjunctio = Verbindung).

In der *Opposition* ( $\sigma^\circ$ ) ist der Planet der Sonne gegenüber (lat. oppositus = gegenüberliegend), also in Verlängerung der Verbindungslinie Sonne–Erde. In dieser Stellung wird er von der Erde überholt und ist daher am Fixsternhimmel **rückläufig**.

Quadratur ( $\square$ ) nennt man die Stellung unter  $90^\circ$  zur Verbindungslinie Erde–Sonne.

*Untere Planeten* sind Planeten innerhalb der Erdbahn. Ihre Bahnen liegen im geozentrischen Weltbild des Ptolemaios unter der Sonnenbahn.

Sie sind in *unterer Konjunktion* ( $\sigma_u$ ) zwischen Erde und Sonne und bewegen sich rückläufig, in *oberer Konjunktion* ( $\sigma_o$ ) sind sie hinter der Sonne und bewegen sich in der gleichen Richtung wie obere Planeten.

*Elongation*  $\varepsilon$  ist der Winkelabstand zwischen Planet und Sonne in der Ekliptik. Die maximale östliche und westliche Elongation sind die Positionen mit dem größten Winkelabstand zur Sonne.

Ein veralteter Sammelbegriff für Opposition und Konjunktionen ist *Syzygium*. Alle ausgezeichneten Stellungen der Planeten zur Sonne, aber auch untereinander, nennt man (besonders in der Astrologie) *Aspekte*. Die Astrologie kennt viele weitere Aspekte, z. B. das Sextil  $\ast$  (Winkel zwischen zwei Planeten oder Planet und Sonne  $60^\circ$ ) und das Trigon  $\triangle$  ( $120^\circ$ ).

Die heliozentrische Planetenposition erhält man aus (4.61) für den Planeten. Für die Erde ist  $i = 0$  und  $x_{h\delta} = x$ ,  $y_{h\delta} = y$ ,  $z_{h\delta} = 0$ . Im geozentrischen Ekliptikalsystem ist dann

$$x_e = x_h - x_{h\delta}, \quad y_e = y_h - y_{h\delta}, \quad z_e = z_h$$

und man kann daraus wieder die Ekliptikalkoordinaten  $\beta_e, \lambda_e$  und den Abstand  $d$  des Planeten berechnen. Die üblichen Umrechnungen machen daraus  $\delta, \alpha$  oder  $h, A$ .

Eine erste Näherung der Planetenstellung erhält man durch folgendes vereinfachtes Bild:

- die Planeten bewegen sich in der Ekliptik ( $i \approx 0$ ,  $\beta_e = \beta_h = 0$ )
- die Planetenbahnen sind Kreisbahnen ( $e \approx 0$ )

Dann ist ihre heliozentrische ekliptikale Länge

$$\lambda_h \approx \tilde{\omega} + M = \tilde{\omega} + \frac{t - t_P}{T} \cdot 360^\circ$$

wobei  $\tilde{\omega}$  die Länge des Perihels und  $t_P$  der Zeitpunkt eines Perihels sind. Die Umrechnung in geozentrische Koordinaten ist dann in der  $x, y$ -Ebene

$$\begin{aligned} x_h &= a \cos \lambda_h \\ y_h &= a \sin \lambda_h \\ x_{h\delta} &= 1 \text{ AE} \cos \lambda_{h\delta} = -1 \text{ AE} \cos \lambda_{e\odot} \\ y_{h\delta} &= 1 \text{ AE} \sin \lambda_{h\delta} = -1 \text{ AE} \sin \lambda_{e\odot} \\ x_e &= x_h - x_{h\delta} \\ y_e &= y_h - y_{h\delta} \\ \beta_e &= 0 \\ \lambda_e &= \text{atan2}(y_e, x_e) \\ d &= \sqrt{x_e^2 + y_e^2} \\ \varepsilon &= \lambda_e - \lambda_{e\odot} \end{aligned}$$

wobei  $d$  der Abstand des Planeten von der Erde und  $\varepsilon$  seine aktuelle Elongation ist.

#### 4.10.1 Ephemeriden

Traditionell nennt man Tabellen, die berechnete Positionen von Planeten und anderen Objekten des Sonnensystems enthalten, *Ephemeriden*<sup>19</sup>.

---

<sup>19</sup> Das griechische *ἐφημερίδος* = täglich bezeichnete auch die „Dienstpläne“ der Priester; die astronomischen Ephemeriden sind die täglichen Auf- und Untergangstabellen, gewissermaßen also auch die „Dienstpläne“ der Planeten.

## 5. Unser Sonnensystem

Unser Sonnensystem besteht aus einem G2-Hauptreihenstern (Sonne) sowie 8 Planeten und zahlreichen kleinen Objekten. Es befindet sich in einer Spiralgalaxie, der *Milchstraße*.

Die Orte der Planeten auf ihren Bahnellipsen kann man mit Hilfe der Keplerschen Gesetze berechnen. In Abschnitt 4.8 wurde dies am Beispiel der Erdbahn im Detail beschrieben.

### 5.1 Erde und Mond

Der *Mond* ( $\zeta$ ) hat einen Durchmesser von 3476.2km am Äquator und 3472.0km von Pol zu Pol, und eine Masse  $m = 7.347673 \cdot 10^{22}$  kg. Das genaue Verhältnis ist

$$\frac{m_{\zeta}}{m_{\oplus}} = \frac{1}{81.300560}$$

und der Schwerpunkt von Erde und Mond liegt noch innerhalb der Erde.

An der Mondoberfläche herrscht ein Gravitationspotenzial  $g_{\zeta} = 1.63 \text{ m/s}^2$  (Erde:  $g_{\oplus} = 9.81 \text{ m/s}^2$ ). Die Fluchtgeschwindigkeit ist 2.38km/s (Erde: 11.2km/s), um das Gravitationsfeld zu verlassen benötigt man eine Energie von 2.8MJ/kg (Erde: 62.5MJ/kg).

Der Mond wird von der Sonne, aber auch von anderen Planeten gestört und hat damit eine sehr unregelmäßige Bahnbewegung. Die große Halbachse (mittlerer Abstand Erde–Mond) ist  $a = 384400$  km. Die Exzentrizität variiert im Bereich  $e = 0.044 \dots 0.067$  und ist im Mittel  $e = 0.05490$ . Das Perigäum erreicht minimal 356400km, das Apogäum maximal 406700km. Die scheinbare Größe des Mondes ändert sich zwischen den beiden Extremen um 14% ( $\pm 7\%$ ), die Helligkeit des Vollmondes kann um bis zu 30% variieren.

Die Inklination  $i = 4^{\circ}59' \dots 5^{\circ}19'$  variiert mit einer Periode von 173d. Die zur Ekliptik geneigte Bahn hat eine rückwärts präzedierende Achse: Der aufsteigende Knoten  $\Omega$  der Mondbahn wandert rückläufig mit einer Periode von 18.6a. Seine Position ist gegeben durch Gleichung (2.22):  $\Omega_{\zeta} = 125.04^{\circ} - 0.052954^{\circ} \cdot D_{2000}$ .

Das Perigäum wandert rückläufig mit einer Periode von 8.85a.

Monatslängen können auf verschiedene Weisen definiert werden:

siderisch	27.321662 d
synodisch	29.530589 d Achse $\ominus$ — $\odot$
tropisch	27.321582 d $\Uparrow \rightarrow \Uparrow$
anomalistisch	27.554550 d P $\rightarrow$ P
drakonitisch	27.212221 d $\Omega \rightarrow \Omega$

Dies sind Mittelwerte, die tatsächlichen Längen variieren aufgrund der Störung durch Sonne und Planeten und der Exzentrizität der gemeinsamen Bahn von Erde und Mond um die Sonne. Der drakonitische Monat (von Knoten zu Knoten) variiert zwischen 25 und 29 Tagen.

Der synodische Monat bestimmt die Lage Erde–Mond–Sonne und damit die Mondphasen. Er ist

$$\frac{1}{T_{\zeta \text{ syn}}} = \frac{1}{T_{\zeta \text{ sid}}} - \frac{1}{Y_s} \quad (5.1)$$

wobei  $Y_s$  die siderische Jahreslänge ist. Diese Beziehung ist analog zu der zwischen Sonnentag und Sterntag. In unseren Breiten ist der zunehmende Mond  $\mathfrak{D}$  wie ein  $\mathfrak{z}$  in älteren Zeichensätzen (im modernen Zeichensatz noch in der Ligatur  $\mathfrak{fz} = \mathfrak{\beta}$  aus  $\mathfrak{f}$ , dem langen  $\mathfrak{s}$ , und  $\mathfrak{z}$  zu finden) gebogen, der abnehmende Mond  $\zeta$  wie ein  $\mathfrak{a}$ . Die Phasen *Neumond* und *Vollmond* (oder *zweites Viertel*) beziehen

sich auf die Dauer von etwa einem Tag, an dem sich die Ausleuchtung des Mondes nicht merklich ändert. Dazwischen liegen die ebenfalls etwa eintägigen Halbmondphasen *zunehmender Halbmond* oder *erstes Viertel* bzw. *abnehmender Halbmond* oder *letztes Viertel*, und die mehrtägigen Phasen *zunehmender Mond* und *abnehmender Mond*. Die Phasen vor und nach dem Neumond werden manchmal auch als *abnehmender* und *zunehmender Sichelmond* bezeichnet.

Die Bahn des Mondes um die Sonne ist eine „wellige Ellipse“, die jedoch an keiner Stelle konkav wird.

### 5.1.1 Gezeiten

Da die Gravitationskraft mit  $1/r^2$  abnimmt, ist sie auf der dem Mond zugewandten Seite größer als am Erdmittelpunkt, auf der vom Mond abgewandten Seite kleiner. Die Kraftdifferenz zieht das Wasser der Ozeane etwas von der Erde weg, die beiden Flutberge wandern über die rotierende Erde hinweg.

Dabei entsteht Reibung, die die Eigenrotation der Erde abbremst. Die Taglänge nimmt im Laufe der Zeit zu.

Umgekehrt gibt es auch Gezeitenwirkung von der Erde auf dem Mond. In der Frühphase des Erde-Mond-Systems, als der Mond noch bis dicht unter die Kruste flüssig war, hat die von der Erde verursachte Gezeitenreibung die Eigendrehung des Mondes mit seiner Bahnbewegung synchronisiert. Daher zeigt er uns heute stets die gleiche Seite.

### 5.1.2 Libration

Die Achse der Eigenrotation des Mondes ist gegen seine Bahnachse um etwa  $6^\circ$  geneigt. Daher zeigt sich der Mond im Laufe eines Monats trotz der perfekten Synchronisation beider Bewegungen unter einer variierenden Richtung. Diese Nickbewegung um  $\pm 6^\circ 40'$  ist die *Libration in Breite*.

Die *Libration in Länge* von  $\pm 7^\circ 53'$  kommt durch die Exzentrizität der Mondbahn zustande. Während die Eigenrotation eine gleichmäßige Winkeländerung bewirkt, ändert sich der Bahnwinkel (wahre Anomalie) ungleichmäßig während eines Monats.

Nimmt man die unterschiedliche Betrachtungsrichtung von verschiedenen Orten der Erde (bis  $1^\circ$  Variation) hinzu, so können wir über eine Zeit von einem Monat 60% der Mondoberfläche von der Erde aus beobachten.

### 5.1.3 Finsternisse

Wenn Sonne, Erde und Mond in einer Linie liegen, kommt es zu einer Sonnen- oder Mondfinsternis, je nachdem, ob der Mond zwischen Erde und Sonne oder die Erde zwischen Sonne und Mond liegt.

Dies bedeutet, dass sich der Mond in der Ekliptik befindet. Die Ekliptik hat ihren Namen von den Finsternissen: *ἔκλειψις* ist das Verschwinden (von Sonne oder Mond während einer Finsternis).

Bei einer Finsternis liegt die Knotenlinie der Mondbahn auf der Linie Sonne–Erde–Mond. Dieselbe Konstellation wiederholt sich in einem Saros-Zyklus von 6585.3d (ca. 18a 11d). Dies ist das kleinste Zeitintervall, das ein ganzzahliges Vielfaches des synodischen und des drakonitischen Monats ist: 242 drakonitische und 223 synodische Monate. Da diese Zahlen nicht exakt sind, kommen die Finsternisse im Laufe von über 1000 Jahren allerdings außer Phase und verschieben sich um einen Monat.

In der chinesischen Mythologie wurde eine Finsternis als der Versuch eines Drachens (lat. draco) gedeutet, Sonne oder Mond zu verschlingen. Der Drache, der die Sonne verschluckt, muss durch Lärmen und Trommeln der Menschen veranlasst werden, sie wieder auszuspucken. Vor ca. 4000 Jahren ließ der Kaiser Tschung-kangh seine beiden Hofastronomen Hi und Ho köpfen, weil sie vergessen hatten, eine Sonnenfinsternis vorherzusagen. Es konnten daher keine Vorbereitungen getroffen werden, den Drachen mit Trommeln wieder zu vertreiben. Der Drache ließ die Sonne zwar trotzdem los, aber das nützte den beiden nichts, sie wurden hingerichtet.

Die Knotenpunkte werden daher auch Drachenpunkte genannt, und die Periode zwischen zwei Knotendurchgängen ist ein drakonitischer Monat.

#### 5.1.4 Innerer Aufbau

Der kleine Mond ist ein kompakter Gesteinsbrocken ohne Atmosphäre. Er hat einen kleinen metallischen Kern mit einem Radius von etwa 330 km.

Die Erde hat demgegenüber eine komplexe Schalenstruktur. Die obere Schicht bildet die Atmosphäre, die mit zunehmender Entfernung dünner wird, aber keine scharfe Grenze hat. Der Erdradius wird gemessen vom Erdschwerpunkt (Mittelpunkt) zur Wasseroberfläche der Ozeane, die den größten Teil der Erdoberfläche bedecken. Die feste Erdkruste ist eine 10 bis 30 km dicke Gesteinshaut, die gesamte feste Schicht bis in ca. 120 km Tiefe bildet die Lithosphäre. Darunter ist ein zähflüssiger Erdmantel. In ca. 2900 km Tiefe herrscht eine Temperatur von 2700 °C, in ca. 5000 km Tiefe bei 5000 °C beginnt der flüssige Erdkern, der vorwiegend aus Eisen und Nickel besteht.

Aufschluss über die Konsistenz der Materie im Erdinnern geben seismische Wellen, akustische Longitudinal- und Transversalwellen (letztere nur in festen Stoffen), die sich bei Erdbeben oder starken Explosionen an der Erdoberfläche ausbreiten.

#### 5.1.5 Entstehung

Die Erde ist zusammen mit den anderen Planeten und kleineren Körpern vor etwa  $4.5 \cdot 10^9$  Jahren aus einer rotierenden Staub- und Gasscheibe entstanden, in deren Zentrum sich die Sonne als Stern aus Wasserstoff und etwas Helium gebildet hat. Für die Entstehung des Erde-Mond-Systems gab es immer wieder neue Vorstellungen, von denen heute die folgende am wahrscheinlichsten ist.

Zwei Planeten mit nahe beisammen liegenden Umlaufbahnen und einem Masseverhältnis von etwa 7 : 1 stießen vor etwa 4.4 Milliarden Jahren streifend zusammen. Der kleinere Körper verlor einen Großteil seiner Materie an die größere Erde und vergrößerte deren Drehimpuls. Daher hat die Erde bis heute eine vergleichsweise kurze Tageslänge. Der Rest des kleinen Körpers wurde im Gravitationsfeld der Erde in einer Umlaufbahn gefangen und ist unser heutiger Mond. Das weggeschleuderte Material der beiden Proto-Planeten bildete vermutlich zunächst einen Ring um die Erde, dessen Material nach und nach vom größten Brocken aufgesammelt wurde.

#### 5.1.6 Erdoberfläche

Die Erdoberfläche ist zu etwa 71% von Wasser bedeckt. Die feste Erdkruste, der obere Teil der Lithosphäre, ist in 7 Platten gegliedert, die sich aufgrund der Mantelkonvektion im Erdinneren gegeneinander verschieben (Plattentektonik). Dies führt zu Erdbeben und ist die Ursache von Faltengebirgen und Tiefseerinnen.

### 5.2 Die Planeten

Die Planeten (griech. *πλανήτης* = Umherirrender, Landstreicher) fielen im Altertum als Sterne mit ständig veränderlicher Position auf. Ihre Bewegung konnten die Griechen durch verschachtelte Kreisbahnen (Epizykel) mathematisch beschreiben. Erst ein heliozentrisches Weltbild erlaubte eine einfachere Beschreibung durch Ellipsenbahnen um die Sonne.

Die Exzentrizität ist bei den meisten Planeten sehr klein, ihre Bahnen sind also annähernd Kreisbahnen. Neben der siderischen Umlaufzeit ist noch die *synodische Umlaufzeit* für uns wichtig, das ist die Zeit

**Tab. 5.1** Bahnelemente der Planeten (Epoche und Equinox 2000.0) und siderische Umlaufzeit. Genauere Werte für die Erde mit Mond findet man in Gleichung (4.48).

Name	$a$	$e$	$i$	$\Omega$	$\tilde{\omega}$	$L$	$T$
Merkur	0.38710 AE	0.2056	7.005°	48.331°	77.458°	252.250°	87.9693 d
Venus	0.72334 AE	0.0068	3.395°	76.680°	131.602°	181.979°	224.7008 d
Erde	1.00000 AE	0.0167	0.000°		102.938°	100.465°	365.256363 d
Mars	1.52371 AE	0.0934	1.850°	49.560°	-23.944°	355.447°	686.9796 d
Jupiter	5.20289 AE	0.0484	1.304°	100.474°	14.728°	34.396°	11.862615 a
Saturn	9.5367 AE	0.0539	2.486°	113.662°	92.599°	49.954°	29.447498 a
Uranus	19.189 AE	0.0473	0.772°	74.017°	170.954°	313.238°	84.016846 a
Neptun	30.070 AE	0.0086	1.770°	131.784°	44.965°	304.880°	164.79132 a

zwischen zwei Oppositionen. Man kann die mittlere synodische Periode aus den siderischen Perioden  $T_{\delta}$  für die Erde und  $T$  für den jeweiligen Planeten in der Kreisbahnäherung leicht berechnen:

$$\frac{1}{T_{\text{syn}}} = \left| \frac{1}{T} - \frac{1}{T_{\delta}} \right| \quad (5.2)$$

Für die äußeren Planeten ist dies etwa ein Jahr, da die Erde viel schneller wandert als diese Planeten.

In Tabelle 5.2 sind die 9 großen Himmelskörper unseres Sonnensystems aufgeführt, der Stern (Sonne) und die 8 Planeten, nach zunehmendem Abstand von der Sonne sortiert. Zum Vergleich sind auch die Daten unseres Erdmonds enthalten.

**Tab. 5.2** Die großen Körper in unserem Sonnensystem;  $\tilde{\epsilon}$  = Neigung der Rotationsachse gegen die Bahnachse (Sonne: Ekliptik),  $R_{\text{eq}}$  = Radius am Äquator,  $A$  = Albedo.

Name	Zeichen	sid. Rotation	$\tilde{\epsilon}$	$R_{\text{eq}}$	$M$	$\rho$	$A$
Sonne	$\odot$	24.8 d <sup>a</sup>	7.25°	696000 km	$1.988 \cdot 10^{30}$ kg	$1.41 \text{ g/cm}^3$	
Merkur	$\text{♁}$	56.646 d	0.0°	2440 km	$0.05527 m_{\delta}$	$5.43 \text{ g/cm}^3$	0.11
Venus	$\text{♀}$	-243.01 d	2.6°	6052 km	$0.8151 m_{\delta}$	$5.24 \text{ g/cm}^3$	0.65
Erde	$\text{♁}$	0.997270 d	23.44°	6378 km	$m_{\delta} = 5.973 \cdot 10^{24}$ kg	$5.51 \text{ g/cm}^3$	0.37
Mars	$\text{♂}$	1.025957 d	25.19°	3397 km	$0.1074 m_{\delta}$	$3.94 \text{ g/cm}^3$	0.15
Jupiter	$\text{♃}$	0.41354 d	3.13°	71492 km	$317.8 m_{\delta}$	$1.33 \text{ g/cm}^3$	0.52
Saturn	$\text{♄}$	0.4375 d	26.73°	60268 km	$95.19 m_{\delta}$	$0.7 \text{ g/cm}^3$	0.47
Uranus	$\text{♅}$	-0.65 d	82.23°	25559 km	$14.54 m_{\delta}$	$1.3 \text{ g/cm}^3$	0.51
Neptun	$\text{♆}$	0.768 d	28.32°	24764 km	$17.15 m_{\delta}$	$1.7 \text{ g/cm}^3$	0.41
Mond	$\text{☾}$	27.3217 d	6.7°	1738 km	$0.01230 m_{\delta}$	$3.34 \text{ g/cm}^3$	0.07

<sup>a</sup> am Äquator; bei 40° Breite 26.7 d.

Da die Planeten nicht selbst leuchten, hängt ihre scheinbare Helligkeit vom Reflexionsgrad (Albedo = Bruchteil der eingestrahlten Intensität, die in alle Richtungen reflektiert wird), der beleuchteten Fläche und dem Abstand von der Erde ab. Die unteren Planeten haben Phasen wie der Mond, die oberen Planeten sind von der Erde aus stets zu einem großen Bruchteil beleuchtet.

Im Gegensatz zu den Sternen kann man die Planeten im Fernrohr als Flächen auflösen. Ihre Winkeldurchmesser ändern sich mit der Entfernung zur Erde, in Opposition ist der Durchmesser von Jupiter 50'', von Mars 25'' und von Neptun immerhin noch 2''.

Viele Planeten besitzen Monde, die den jeweiligen Planeten umkreisen, Jupiter mindestens 67 (Stand Ende 2013). Jupiter, Saturn, Uranus und Neptun haben auch ein System aus Ringen von Staub und kleinen Materiebrocken.

### 5.2.1 Magnetfeld

Magnetfelder finden wir bei fast allen Planeten. Ursache ist vermutlich ein leitender flüssiger Kern aus Nickel und Eisen.

Bei den Gasplaneten übernimmt die Rolle des Eisen-Nickel-Kerns eine tiefe Schicht aus kaltem metallischem Wasserstoff.

Eine alte Vorstellung ist die folgende: Kreisströme aufgrund der Rotation des Planeten im elektrisch leitenden Kern sind für das Dipol-Magnetfeld der Erde verantwortlich. Die Elektronen rotieren nicht mit der gleichen Geschwindigkeit wie die Atomkerne, wodurch ein Strom im elektrisch neutralen Leiter entsteht. Das Feld wird von einer festen Schicht aus ferromagnetischem Eisen und Nickel – analog zum Eisenkern einer Spule – verstärkt. Bei der Erde ist dies ein fester innerer Kern. Wenn der gesamte Kern abkühlt und erstarrt, kann ein solches Feld als Permanentmagnet erhalten bleiben.

Eine modernere Vorstellung ist die eines selbsterhaltenden Dynamos. Ein flüssiger leitender Kern führt zu dynamischen Veränderungen eines Magnetfelds. Fließt dieses Medium in einem bereits vorhandenen Magnetfeld, so werden durch elektromagnetische Induktion elektrische Ströme erzeugt, die ihrerseits ein Magnetfeld hervorrufen, das das vorhandene Feld verstärkt. Diese Fließbewegungen sind lokale Konvektionsströme, die durch thermische oder chemische Dichteunterschiede getrieben werden. Das Feld im Innern des Planeten ist in diesem Modell nicht dipolartig, es treten jedoch an gegenüberliegenden Polen Feldlinien aus, die ein starkes Dipolfeld an der Planetenoberfläche erzeugen. Dass diese Achse mehr oder weniger mit der Rotationsachse des Planeten übereinstimmt, ist den Corioliskräften geschuldet, die auf die lokalen Konvektionströme wirken.

Das Magnetfeld der Erde ändert seine Lage in langen Zeiträumen, vor einer Million Jahren war die Polung umgekehrt wie heute. Vor etwa 780000 Jahren polte sich das Feld innerhalb kurzer Zeit (ca. 100 Jahre) um. Die jeweilige Feldrichtung kann man aus „eingefrorenen“ Permanentmagneten in Tiefseelava beobachten, die zu dieser Zeit erstarrt ist.

### 5.2.2 Oberflächentemperaturen

Da sich die Planeten im Vakuum befinden, können sie Energie nur durch Strahlung aufnehmen oder abgeben. Mit Hilfe des Planckschen Strahlungsgesetzes (oder des Gesetzes von Stefan und Boltzmann, das man durch Integration daraus erhält) können wir die Gleichgewichtstemperatur berechnen, die sich auf einem kugelförmigen Körper einstellt, wenn er von der Sonne beschienen wird und wenn sein Absorptionskoeffizient frequenzunabhängig ist.

Im Abstand 1AE (bei der Erde) ist die eingestrahlte Energie pro Fläche (Solarkonstante)  $F_E = 1367 \text{ W/m}^2$ . Im Abstand  $r$  ist daher

$$F = F_E \frac{1 \text{ AE}^2}{r^2} \quad (5.3)$$

Die aufgenommene Leistung eines Planeten mit Radius  $R$  und Absorptionskoeffizient  $\alpha$  ist  $P_1 = \alpha F \cdot \pi R^2$  (proportional zu seiner Kreis-Querschnittsfläche). Die abgestrahlte Leistung ist  $P_2 = \alpha \sigma T^4 \cdot 4\pi R^2$  (proportional zu seiner Kugel-Oberfläche), nach dem Stefan-Boltzmann-Gesetz  $F_{\text{therm}} = \alpha \sigma T^4$  ( $\sigma = 5.6696 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$ ). Gleichsetzen ergibt die Temperatur im Strahlungsgleichgewicht  $T_{\text{rad}}$ :

$$\begin{aligned} \pi R^2 \cdot \alpha F &= \pi R^2 \cdot \alpha F_E \frac{1 \text{ AE}^2}{r^2} = 4\pi R^2 \cdot \alpha \sigma T^4 \\ T_{\text{rad}} &= \sqrt[4]{\frac{F_E}{4\sigma}} \sqrt{\frac{1 \text{ AE}}{r}} \\ &= 279 \text{ K} \sqrt{\frac{1 \text{ AE}}{r}} \\ &= \left( 279 \sqrt{\frac{1 \text{ AE}}{r}} - 273 \right) ^\circ \text{C} \end{aligned} \quad (5.4)$$



Die tatsächliche Oberflächentemperatur  $T_O$  weicht mehr oder weniger davon ab, weil der Absorptionskoeffizient  $\alpha$  frequenz- bzw. wellenlängenabhängig ist. Die Sonnenstrahlung hat ihr Maximum bei etwa 500nm entsprechend der Oberflächentemperatur der Sonne, die Strahlung der Planeten mit ihren viel geringeren Temperaturen liegt aber im langwelligen Infrarotbereich. Große Abweichungen der Oberflächentemperatur kommen durch unterschiedliche Transmission der Atmosphäre im Spektralbereich der Einstrahlung und Abstrahlung zustande. *Treibhausgase* wie  $\text{CO}_2$  und Wasserdampf wirken wie Glas: sie lassen Licht durch, reflektieren aber die langwellige Abstrahlung auf die Oberfläche zurück (bzw. absorbieren und reemittieren diese in den unteren Atmosphäreschichten). Reflektierende Wolken beeinflussen ebenfalls das Strahlungsgleichgewicht.

Tabelle 5.3 enthält Werte der erwarteten Temperatur im Strahlungsgleichgewicht  $T_{\text{rad}}$  für alle Planeten sowie die gemessene mittlere Oberflächentemperatur  $T_O$  für Planeten mit einer festen Oberfläche. Für Merkur, dessen synodische Rotationsdauer ca. 116 Tage beträgt, kommt es zu starken Temperaturschwankungen zwischen sonnenzugewandter und -abgewandter Seite. Daher ist hier die Variationsbreite angegeben.

**Tab. 5.3** Gleichgewichtstemperatur  $T_{\text{rad}}$  aller und Oberflächentemperatur  $T_O$  der inneren Planeten (Gasplaneten haben keine wohldefinierte Oberfläche).

Name	$T_{\text{rad}}$		$T_O$	
Merkur	448K	175 °C	100... 700K	-170... 430 °C
Venus	328K	54 °C	737K	464 °C
Erde	279K	5 °C	288K	15 °C
Mars	226K	-47 °C	227K	-46 °C
Jupiter	122K	-151 °C		
Saturn	90K	-183 °C		
Uranus	64K	-210 °C		
Neptun	50K	-222 °C		

### 5.2.3 Atmosphäre

Die Zusammensetzung der (unteren) Erdatmosphäre ist in Tab. 5.4 verglichen mit der anderer Planeten und Monde. Der Anteil an Wasserdampf ist variabel, dazu kommen winzige Wassertropfchen (Nebel, Wolken auf der Erde).

**Tab. 5.4** Planeten- und Mond-Atmosphären an der Oberfläche, Zusammensetzung in Volumen-% (= Teilchen-% für ideale Gase; ohne den variablen Wasseranteil).

Planet...	Venus	Erde	Mars	Jupiter	Pluto	Titan
Druck [bar]	92	1.0	0.007		$10^{-5}$	1.5
$\text{N}_2$	3.5%	78.1%	2.7%		vorh.	90%
$\text{O}_2$		20.9%	0.15%			
$\text{H}_2$		$5 \cdot 10^{-7}$		90%		
He	0.001%	$5 \cdot 10^{-6}$		10%		
Ar	0.007%	0.93%	1.6%			6%
Ne	$7 \cdot 10^{-6}$	$18 \cdot 10^{-6}$				
$\text{CO}_2$	96.5%	0.04%	95.3%		vorh.	
$\text{H}_2\text{O}$	$\sim 0.1\%$	0.1... 2.8%	< 0.1%			
$\text{CH}_4$		$2 \cdot 10^{-6}$		vorh.	vorh.	4%
$\text{NH}_3$				vorh.		
$\text{SO}_2$	0.015%					

Auch Mond und Merkur haben eine Atmosphäre, allerdings mit viel geringerer Dichte als die der größeren Planeten: Der Druck am Boden beträgt nur  $10^{-14}$  bar. Die Hauptkomponenten sind Helium, Natrium (!) und Sauerstoff (Merkur) bzw. Argon (Mond).

#### 5.2.4 Astrobiologie

*Astrobiologie* oder *Exobiologie* bezeichnet die Wissenschaft vom Leben außerhalb unserer Erde. Dabei wird *Leben* im engeren Sinne als Entwicklung von Organismen aus Proteinen und DNA wie auf der Erde verstanden. Die Bedingungen dafür sind Wasser und ein begrenzter Temperaturbereich. Dieser Bereich umfasst auch extreme Bedingungen, unter denen man auf der Erde noch Leben gefunden hat, z. B. am Rand vulkanischer Tiefseegräben oder im Polareis.

#### 5.2.5 Merkur

Obwohl Merkurs Äußeres fast dem des Mondes gleicht, ähnelt sein Inneres eher dem der Erde. Seine mittlere Dichte entspricht etwa der der Erde und ist 1.6 mal höher als die des Mondes. Ursache für diese hohe Dichte ist ein massereicher Eisenkern, der bis 75% des Radius reicht und von einem verhältnismäßig dünnen Mantel umgeben ist. Aus der großen Ähnlichkeit des Merkurmantels mit dem des Mondes kann man vermuten, dass er wie dieser vorwiegend aus Silikaten besteht. Der Eisenkern erzeugt wie bei der Erde ein Magnetfeld.

Merkur kann keine Atmosphäre halten, an der Oberflächen entweichen aber permanent Gase in geringer Konzentration. Die Oberflächentemperatur schwankt zwischen 100K bei Nacht und 700K am Merkur-Tag. Der Mittelwert von  $440\text{K} \approx 170^\circ\text{C}$  entspricht der Gleichgewichtstemperatur (5.4).

#### 5.2.6 Venus

Die Griechen kannten Venus als Hesperos (Abendstern) und Phosphoros (Morgenstern). Pythagoras erkannte, dass beide nur ein Planet sind.

Venus hat eine retrograde Eigenrotation, sie rotiert also andersherum als ihre Bahnbewegung.

Die Oberflächentemperatur liegt bei  $470^\circ\text{C}$ . Aufgrund der Sonnennähe würde man lediglich  $56^\circ\text{C}$  erwarten, die hohe Temperatur kommt vom Treibhauseffekt einer Atmosphäre (Tab. 5.4) mit 96.5%  $\text{CO}_2$  und 3.5% Stickstoff, mit dichten Wolken aus Schwefel und Schwefelsäure, durch die man die Oberfläche nicht sehen kann. Neben den Spurengasen in Tab. 5.4 gibt es noch  $1.7 \cdot 10^{-5}$  Kohlenmonoxid und  $2 \cdot 10^{-5}$  Wasser.

Die geologischen Formationen der Oberfläche lassen sich aber durch Radar abbilden. Die Venusoberfläche ist hügelig, die höchsten Gebirge sind Ishtar Terra und Aphrodite Terra. Die Oberflächenstruktur ist geprägt von Einschlagkratern (bis zu 275km Durchmesser), Schilden, Domen und Kratern vulkanischen Ursprungs, Coronae und Arachnoiden, das sind blasenartige Anhebungen, die aufbrechen und wieder zusammensinken und dabei Risse bilden.

Venus hat kein messbares eigenes Magnetfeld. Ursache ist zum einen die sehr geringe Rotationsgeschwindigkeit, das fehlende Magnetfeld deutet aber auch auf einen kleinen leitfähigen Kern hin.

#### 5.2.7 Mars

Mars hat nur ein Neuntel der Erdmasse, an seiner Oberfläche herrscht ein Gravitationspotenzial  $g_{\mathcal{M}} = 3.71\text{m/s}^2$  (Erde:  $g_{\mathcal{E}} = 9.81\text{m/s}^2$ ). Die Fluchtgeschwindigkeit ist  $5.0\text{km/s}$ , um das Gravitationsfeld zu verlassen benötigt man eine Energie von  $13\text{MJ/kg}$  (Erde:  $62.5\text{MJ/kg}$ ).

Mars ist andererseits der Erde in vielem ähnlich. Ein Marstag hat wenig mehr als 24 Stunden, und die Neigung seiner Achse zur Bahnebene unterscheidet sich von der unserer Erde um weniger als 2 Grad. Daher zeigt Mars ausgeprägte jahreszeitliche Schwankungen in seinem Erscheinungsbild. Im Laufe eines Marsjahres (etwa 2 Erdenjahre) schmelzen die Pole der jeweils der Sonne ausgesetzten Hälfte und wachsen wieder im zweiten Halbjahr.

Allerdings ist die Atmosphäre (Tab. 5.4) wesentlich dünner, der Druck an der Marsoberfläche beträgt im Mittel nur 7 mbar.

Die mittlere Oberflächentemperatur von  $-46^\circ\text{C}$  entspricht recht genau der Gleichgewichtstemperatur (5.4). Dabei liegen am Äquator die Nachttemperaturen bei  $-90^\circ\text{C}$ , die Mittagtemperaturen bei  $-20^\circ\text{C}$ .

Mars-Landschaften sind durch fließendes Wasser geformt worden, und auch heute noch gibt es in geringen Mengen Wasser auf dem Mars. Das Eis an den Polen besteht vorwiegend aus  $\text{CO}_2$  mit Beimischungen von Wassereis.

Dagegen sind die von Giovanni Schiaparelli 1877 entdeckten und bis ins 20. Jahrhundert immer wieder berichteten *Canali*, frei übersetzt *Kanäle*, eine optische Täuschung, bei der das Auge in einem unscharfen Teleskopbild Strukturen wahrnimmt. Der Amerikaner Percival Lowell machte daraus 1903 künstliche Kanäle, die Marsstädte miteinander verbanden. Die tatsächlichen Strukturen der Marsoberfläche kennen wir heute von zahlreichen Fotografien verschiedener Raumsonden. Es gibt tatsächlich ausgetrocknete Wasserläufe, die aber im Gegensatz zu den Canali nicht gerade verlaufen.

Mars hat zwei kleine Monde, Phobos und Deimos.

Mars ist das Ziel zahlreicher Raumfahrtunternehmen. In jüngerer Zeit wurden wiederholt Roboterfahrzeuge (Rover) auf der Marsoberfläche abgesetzt, die Foto- und Videoaufnahmen, chemische Analysen und andere Untersuchungen durchführen.

Das erste, noch sehr kleine Rover war Sojourner, der von Juli bis September 1997 aktiv war. Spirit wurde am 10.06.2003 auf den Weg gebracht, landete am 4.01.2004 auf dem Mars und stellte schließlich am 22.3.2010 seine Arbeit nach 2208 Marstagen und 7.7 zurückgelegten Kilometern Wegstrecke ein. Opportunity startete am 7.7.2003, landete am 24.1.2004 und hat inzwischen (Sep. 2012) ca. 35 km zurückgelegt. Ein größerer Roboter, Curiosity, startete am 26.11.2011 und ist seit 6.08.2012 auf der Marsoberfläche unterwegs.

### 5.2.8 Jupiter

Jupiter ist der erste und auch der größte der äußeren Gasplaneten. Er besteht wie alle Gasplaneten überwiegend aus Wasserstoff und 10% Helium (Tab. 5.4), den beiden häufigsten Elementen im Universum. Man hat aber in der Jupiteratmosphäre auch Spuren von Methan ( $\text{CH}_4$ ), Ammoniak ( $\text{NH}_3$ ), Ethan ( $\text{C}_2\text{H}_6$ ), Blausäure ( $\text{HCN}$ ) und Wasser gefunden. Wolkenstreifen zeigen die starken umlaufenden Winde, der *Rote Fleck* ist ein langlebiger Wirbel.

Im Innern herrschen Temperaturen bis 30000 K und ein hoher Druck, daher liegt der Wasserstoff als Flüssigkeit vor. Innerhalb  $0.77R_J$  wird der flüssige Wasserstoff mit einer Dichte von  $1\text{ g/cm}^3$  metallisch leitend. Nur etwa 4% von Jupiters Masse macht der Gesteinskern aus.

Die hohe Kerntemperatur ist umgewandelte Gravitationsenergie aus der Planetenentstehung. Jupiter strahlt mehr Wärme ab als er aufnimmt und kühlt damit langfristig ab.

Die vier größten Monde, die bereits Galilei beobachtete, sind Io ( $m/m_J = 4.70 \cdot 10^{-5}$ ), Europa ( $m/m_J = 2.53 \cdot 10^{-5}$ ), Ganymed ( $m/m_J = 7.80 \cdot 10^{-5}$ ) und Callisto ( $m/m_J = 5.67 \cdot 10^{-5}$ ). Die Umlaufperioden folgen dem 3. Keplerschen Gesetz  $T^2 = 4\pi^2 a^3 / Gm_J$ , z. B. benötigt Callisto 16.69 d für einen Umlauf um Jupiter.

In Astronomiebüchern der 1970er Jahre findet man insgesamt 12 Monde. Nach den Pioneer-Missionen und mit heutigen hochauflösenden Observatorien hatte man 2008 bereits 62 Monde und ein feines dreiteiliges Ringsystem gefunden, 2018 ist die Zahl der Monde auf 79 angewachsen (Tab. 5.5). Daneben gibt es weitere Kandidaten, bei denen noch nicht zweifelsfrei erwiesen ist, ob es sich um Trabanten des Jupiter handelt.

<b>Tab. 5.5</b> Monde von Jupiter [9]. Die Monde mit Inklination $i > 90^\circ$ laufen retrograd.					
Nummer	Name (Entdeckung)	$a/10^3$ km	$i/^\circ$	$e$	$R/\text{km}$
1	Metis (JXVI, S/1979 J3)	128	0.06	0.0002	$30 \times 20 \times 17$
2	Adrastea (JXV, S/1979 J1)	129	0.03	0.0015	$10 \times 8 \times 7$
3	Amalthea (JV, 1892)	181.4	0.4	0.003	$125 \times 73 \times 64$
4	Thebe (JXIV, S/1979 J2)	221.9	0.8	0.018	$58 \times 49 \times 42$
5	Io (JI, 1610)	421.8	0.04	0.004	1821.5
6	Europa (JII, 1610)	671.1	0.47	0.009	1560.8
7	Ganymede (JIII, 1610)	1070.4	0.18	0.001	2631.2
8	Callisto (JIV, 1610)	1882.7	0.19	0.007	2410.3
9	Themisto (JXVIII, S/1975 J1)	7507	45.67	0.242	4
10	Leda (JXIII, 1974)	11170	27.47	0.164	5
11	Himalia (JVI, 1904)	11460	27.63	0.162	85
12	S/2018 J1	11483	30.61	0.094	3
13	S/2017 J4	11525	28.15	0.18	3
14	Lysithea (JX, 1938)	11720	27.35	0.112	12
15	Elara (JVII, 1905)	11740	24.77	0.217	40
16	S/2000 J11	12560	28.2	0.248	2
17	Carpo (XLVI, S/2003 J20)	16990	51.4	0.43	3
18	S/2003 J3	18340	143.7	0.241	2
19	S/2016 J2	18980	34	0.222	1
20	S/2003 J12	19000	145.8	0.376	1
21	Euporie (JXXXIV, S/2001 J10)	19390	147	0.156	1
22	S/2011 J1	20155	162.8	0.296	2
23	S/2010 J2	20307	150.4	0.307	2
24	S/2017 J7	20627	143.4	0.215	2
25	S/2016 J1	20651	139.8	0.141	1
26	S/2017 J3	20694	147.9	0.148	2
27	S/2003 J18	20700	146.5	0.119	2
28	Orthosie (JXXXV, S/2001 J9)	20720	145.9	0.281	1
29	Euanthe (JXXXIII, S/2001 J7)	20800	148.9	0.232	1.5
30	Thyone (JXXIX, S/2001 J2)	20940	148.5	0.229	2
31	S/2003 J16	21000	148.6	0.27	2
32	Mneme (JXL, S/2003 J21)	21070	148.6	0.227	2
33	Harpalyke (JXXII, S/2000 J5)	21110	148.7	0.227	2.2
34	Hermippe (JXXX, S/2001 J3)	21130	150.7	0.21	2
35	Praxidike (JXXVII, S/2000 J7)	21150	148.7	0.22	3.4
36	Thelxinoe (XLII, S/2003 J22)	21160	151.4	0.221	2
37	Helike (XLV, S/2003 J6)	21260	154.8	0.156	4
38	Iocaste (JXXIV, S/2000 J3)	21270	159.7	0.218	2.6
39	Ananke (JXII, 1951)	21280	148.9	0.244	10
40	S/2017 J9	21487	152.7	0.229	3
41	S/2003 J15	22000	140.8	0.11	2
42	S/2003 J9	22440	164.5	0.269	1
43	S/2017 J6	22455	155.2	0.557	2
44	S/2003 J19	22800	162.9	0.334	2
45	Eurydome (JXXXII, S/2001 J4)	22870	150.3	0.276	2
46	Arche (XLIII, S/2002 J1)	22930	165	0.259	1.5
47	Autonoe (JXXVIII, S/2001 J1)	23040	152.9	0.334	1.5
48	Herse (L, S/2003 J17)	23097	164.2	0.2	2

**Tab. 5.5** Fortsetzung: Monde von Jupiter [9]. Die Monde mit Inklination  $i > 90^\circ$  laufen retrograd.

Nummer	Name (Entdeckung)	$a/10^3$ km	$i/^\circ$	$e$	$R/\text{km}$
49	Pasithee (JXXXVIII, S/2001 J6)	23100	165.4	0.288	1
50	Chaldene (JXXI, S/2000 J10)	23180	165.4	0.238	1.9
51	Kale (JXXXVII, S/2001 J8)	23220	165	0.26	1
52	Isonoe (JXXVI, S/2000 J6)	23220	165	0.261	1.9
53	Aitne (JXXXI, S/2001 J11)	23230	165.1	0.264	1.5
54	S/2017 J5	23232	164.3	0.284	2
55	S/2017 J8	23233	164.7	0.312	1
56	S/2003 J4	23260	144.9	0.204	2
57	Erinome (JXXV, S/2000 J4)	23280	164.9	0.27	1.6
58	S/2017 J2	23303	166.4	0.236	2
59	S/2010 J1	23314	163.2	0.32	2
60	S/2011 J2	23330	151.9	0.387	2
61	Taygete (JXX, S/2000 J9)	23360	165.2	0.251	2.5
62	Carme (JXI, 1938)	23400	164.9	0.253	15
63	Sponde (JXXXVI, S/2001 J5)	23490	151	0.312	1
64	Kalyke (JXXXIII, S/2000 J2)	23580	165.2	0.243	2.6
65	S/2017 J1	23587	149.2	0.397	2
66	Pasiphae (JVIII, 1908)	23620	151.4	0.409	18
67	Eukelade (XLVII, S/2003 J1)	23660	165.5	0.272	4
68	Megaclite (JXIX, S/2000 J8)	23810	152.8	0.421	2.7
69	Sinope (JIX, 1914)	23940	158.1	0.25	14
70	Hegemone (JXXXIX, S/2003 J8)	23950	155.2	0.328	3
71	Aoede (XLI, S/2003 J7)	23980	158.3	0.432	4
72	Kallichore (XLIV, S/2003 J11)	24040	165.5	0.264	2
73	S/2003 J23	24060	149.2	0.309	2
74	S/2003 J5	24080	165	0.21	4
75	Callirrhoe (JXVII, S/1999 J1)	24100	147.1	0.283	4
76	S/2003 J10	24250	164.1	0.214	2
77	Cyllene (XLVIII, S/2003 J13)	24350	149.3	0.319	2
78	Kore (XLIX, S/2003 J14)	24540	152.4	0.325	2
79	S/2003 J2	28570	151.8	0.38	2

Aber nur 16 Monde haben mehr als 10km Durchmesser. Alle Monde zeigen – wie unser Erdmond – ihrem Planeten stets dieselbe Seite, ihre Rotationsdauer ist daher die gleiche wie ihre Umlaufperiode.

### 5.2.9 Saturn

Galilei beobachtete 1610 den Saturn mit einem Teleskop und notierte, dass der Planet wie drei dicht beisammen liegende Körper aussah. Christiaan Huygens entdeckte 1655 mit einem verbesserten Teleskop, dass es sich bei der seltsamen Erscheinung um einen Planeten mit einem ausgeprägten Ring handelt. Jean-Dominique Cassini beobachtete 1675, dass es sich um mehrere getrennte Ringe handelt.

Bilder vom Saturn und seinen Monden wurden unter anderem von den Sonden Voyager-1 und Voyager-2 gesendet. Die Cassini-Huygens-Mission setzte im Dezember 2004 den Huygens-Lander auf der Oberfläche des Saturnmonds Titan ab. Die Cassini-Sonde lieferte detaillierte Aufnahmen von Saturn und den Saturn-Monden.

In Astronomiebüchern der 1970er Jahre findet man insgesamt 10 Monde und ein ausgedehntes Ringsystem. Von der Erde wurden mittlerweile 21 weitere gefunden. Heute kennt man bereits 60 Monde (Stand Ende 2008), die meisten wurden von der Cassini-Sonde entdeckt.

Der größte Saturnmond ist Titan ( $m/m_{\text{H}} = 2.37 \cdot 10^{-4}$ ). Mit einem Radius von 2575 km ist er größer als Merkur und wurde bereits 1655 von Christiaan Huygens entdeckt. Er hat eine siderische Umlaufzeit von 15.945 d und zeigt genau wie unser Mond seinem Planeten immer die gleiche Seite. Seine Atmosphäre (Tab. 5.4) enthält Spuren organischer Verbindungen, wie Ethan ( $\text{C}_2\text{H}_6$ ) und Blausäure (HCN). An seiner Oberfläche herrscht ein Druck von 1.5 bar und eine Temperatur von 95 K. Es gibt Flüsse und Seen aus flüssigem Methan und Ethan. Er hat kein messbares Magnetfeld.

Der Saturnmond Enceladus hat ebenfalls Aufsehen erregt: Die Cassini-Sonde beobachtet *Kryovulkane* oder *Geysire*, Fontänen überwiegend aus Wasserdampf, die aus Löchern in tiefen Gräben der ca. 80 km dicken Eisschicht aufsteigen. Unter der Eisschicht befindet sich flüssiges Wasser mit gelöstem Salz (NaCl), was man durch den Nachweis von Natrium in den in den E-Ring ausgestoßenen Eispartikeln nachgewiesen hat.

Im Jahre 2009 wurde ein neuer Ring um Saturn entdeckt, der eine sehr geringe Materiedichte aufweist und von 128 bis 207 Saturnradien reicht. Er liegt schräg zur Ebene der inneren Ringe, die innerhalb von 8 Saturnradien liegen. Materie aus diesem Ring fällt auf die Oberfläche des Saturnmonds Japetus, dessen dem Ring zugewandte Seite wesentlich dunkler als die abgewandte ist.

### 5.2.10 Uranus

William Herschel beobachtete 1781 ein neues Objekt, das er zunächst für einen Kometen hielt. Die weitere Beobachtung zeigte jedoch, dass es ein Planet mit einer kaum exzentrischen Kreisbahn war. Der neue Planet bekam den Namen Uranus.

Die Rotationsachse von Uranus ist fast um  $90^\circ$  gegen die Bahnachse geneigt. Die kleine Komponente des Drehimpulses parallel zur Bahnachse ist negativ (retrograde Rotation).

In Astronomiebüchern der 1970er Jahre findet man 5 Monde, der größte ist Titania ( $R = 788 \text{ km}$ ). Heute kennt man 27 Monde und ein ausgedehntes System feiner Ringe.

### 5.2.11 Neptun

Auch Neptun ist ein typischer Gasplanet. Seine blaue Farbe rührt von Spuren von Methaneis her. Er wurde aus Bahnstörungen des Neptun von Urbain Le Verrier in Frankreich und John Adams in England vorhergesagt und kurz darauf 1846 am berechneten Ort von Johann Galle an der Berliner Sternwarte entdeckt.

In Astronomiebüchern der 1970er Jahre findet man 2 Monde, den retrograd rotierenden Triton und den kleinen Nereide. Heute kennt man 14 Monde und ebenfalls ein Ringsystem (Stand Ende 2013). Die inneren Monde (Najade, Thalassa, Despina, Galatea, Larissa, S/2004-N1 und Proteus) laufen auf Kreisbahnen mit Radien  $r = 48200 \text{ km} \dots 117600 \text{ km}$  in der Ekliptik, die äußeren (Triton, Nereide, Halimede, Sao, Laomedeia, Psamathe und Neso) auf exzentrischen Ellipsenbahnen mit  $a = 354800 \text{ km} \dots 48.4 \cdot 10^9 \text{ m}$  und starker Inklination und teils retrogradem Umlauf.

Der größte Neptunmond ist Triton ( $m/m_{\text{N}} = 2.09 \cdot 10^{-4}$ ,  $i = 157^\circ$ ).

## 5.3 Planetoiden

Zwischen Mars und Jupiter, in einem Abstand von ungefähr 2–3.5 AE ( $300\text{--}500 \cdot 10^6 \text{ km}$ ) zur Sonne, befindet sich ein Gürtel aus kleinen Objekten, den *Planetoiden* (auch *Zwergplaneten*<sup>20</sup>, Kleinplaneten

<sup>20</sup> Eine Abgrenzung zwischen Zwergplaneten und anderen Planetoiden erfolgte 2006 durch die International Astronomical Union: „A *dwarf planet* is a celestial body that is in orbit around the sun, has sufficient mass for its self-gravity to overcome rigid body forces so that it assumes a hydrostatic equilibrium (nearly round) shape, has not cleared the neighbourhood around its orbit, and is not a satellite.“ Diese Definition ist jedoch

oder *Asteroiden*), welcher als großes Pendant zum Ring des Saturn betrachtet werden kann.

Die Titius-Bode-Reihe wurde von Johann Titius empirisch gefunden und von Johann Bode im Jahr 1772 veröffentlicht. Sie ist eine empirische Formel, die die Bahnradien der damals bekannten Planeten als Funktion der Zahlen  $n = -\infty, 0, 1, 2, 4, 5, 6$  angibt:  $a = 0.4\text{AE} + 0.3\text{AE} \cdot 2^n$ . Bei der 3 wurde erst 1801 der Planetoid Ceres (im Planetoidengürtel) entdeckt. Die Formel hat jedoch keine physikalische Grundlage, sie ist vielmehr eine Anpassung an die gefundenen Bahnradien. Auch als Funktion der Zahlen 1, 2, 3, 4, (5), 6, 7, 8 zeigen die Planetenradien (mit dem Planetoidengürtel bei der 5) noch näherungsweise regelmäßiges Verhalten, was auf ein eingeschränktes Verhältnis für je zwei benachbarte Planetenbahnradien zwischen 1.5 und 2 schließen lässt. Aber auch für diese schwächere Annahme gibt es bisher im Rahmen der Entstehung des Sonnensystems keine Erklärung.

Der erste Zwergplanet, Ceres, wurde 1801 von Piazzi entdeckt. Er gehört zu den größeren Objekten im Planetoidengürtel. Ceres rotiert in 9 Stunden einmal um seine Achse.

Wie für die Planeten bekam Ceres auch ein Symbol (ähnlich dem der Venus ♀, aber mit nur 3/4 der Kreislinie). Auch das nächste Dutzend wurde noch mit Zeichen identifiziert, aber mit zunehmender Zahl neuentdeckter Planetoiden hat man auf individuelle Symbole verzichtet.

Die Trojaner sind eine Gruppe von Planetoiden, die in den Lagrangepunkten  $L_4$  und  $L_5$  der Jupiterbahn mit Jupiter umlaufen. Die Planetoiden der Gruppe, die östlich vor Jupiter her läuft, tragen Namen der griechischen Helden der Sage von Troja, die westlich Jupiter nachlaufenden tragen Namen trojanischer Helden.

Daneben gibt es Kleinplaneten auf stark exzentrischen Bahnen, besonders im Kuiper-Gürtel jenseits der Neptunbahn. Der 90377. Planetoid mit dem vorläufigen Namen 2003 VB12 heißt inzwischen Sedna und hat eine Bahn, die weit aus dem Sonnensystem hinausgeht. Für große Planetoiden mit Kugelgestalt, die überwiegend außerhalb der Neptunbahn laufen, wird in jüngster Zeit auch der Sammelbegriff *Plutoiden* verwendet.

Die Plutoiden enthalten (wie die Kometen, die auch aus dem äußeren Sonnensystem kommen) einen großen Anteil Eis. Der Plutoid Eris<sup>21</sup> ist der größte bekannte Planetoid. Sie wurde 2003 von Michael Brown und seinen Mitarbeitern (als 2003 UB313) entdeckt und ihre Bahn wurde 2005 bestimmt, wozu man auch alte Photoplatten heranzog. Die erste Aufnahme, auf der Eris zu sehen ist, stammt vom September 1954. Sie dreht sich in etwa 25 Stunden um ihre eigene Achse. Sie wurde zunächst als zehnter Planet Xena bezeichnet, denn sie ist größer als Pluto (Tab. 5.6). Sie hat die Diskussion über die Grenzziehung zwischen Planeten und Planetoiden ausgelöst, die letztlich auch Pluto von der Gruppe der Planeten in die Gruppe der Planetoiden, Untergruppe Zwergplaneten, gebracht hat. Im November 2010 wurde eine Sternbedeckung durch Eris beobachtet, woraus eine neue Messung des Durchmessers resultierte, der etwa dem von Pluto entspricht.

Zur Abgrenzung zwischen Planeten und Planetoiden oder Zwergplaneten definiert die IAU einen Planeten als Himmelskörper, der (a) im Orbit um die Sonne ist, (b) genug Masse besitzt um eine fast kugelförmige Gestalt im hydrostatischen Gleichgewicht anzunehmen und (c) der seine Umgebung von kleinen Objekten leerräumt hat.

Mehr als 1000 Planetoiden mit einem Durchmesser über 10km kreuzen die Erdbahn. Ein Sonderfall ist Cruithne<sup>22</sup> mit  $a = 1\text{AE}$ , der synchron mit der Erde um die Sonne läuft, aber auf einer stark exzentrischen Bahn. In einem erdfesten Bezugssystem verläuft die Bahn von Cruithne nierenförmig um den Lagrangepunkt  $L_4$ .

Einige Kleinplaneten haben auch Monde, so hat der größte bekannte Planetoid Eris den Mond Dysnomia, der 2005 entdeckt wurde und im Abstand von ca.  $3.7 \cdot 10^7\text{m}$  mit  $T = 15.8\text{d}$  um Eris kreist. Der kleine Planetoid Ida hat einen Mond Dactyl ( $1.2 \times 1.4 \times 1.6\text{km}$ ) mit  $a = 108\text{km}$ ,  $e = 0.2$  und  $T = 1.54\text{d}$ .

noch umstritten und wird weiter diskutiert.

<sup>21</sup> Eris ist die griechische Göttin der Zwietracht, also eine „sie“.

<sup>22</sup> benannt nach den Pikten, irisch: Cruithne people.

**Tab. 5.6** Kleinplaneten (Zwergplaneten, Planetoiden, Asteroiden), Epoche 2011.8

Nummer	Name	$a$	$e$	$i$	Durchmesser $2R$	Masse	$T_{\text{rot}}$
1	Ceres	2.767 AE	0.0786	10.6°	940 km	$1.46 \cdot 10^{-4} m_{\oplus}$	9.07 h
2	Pallas	2.771 AE	0.2312	34.8°	540 km	$5.3 \cdot 10^{-5} m_{\oplus}$	7.81 h
3	Juno	2.671 AE	0.2552	13.0°	320 × 200 km	$5.6 \cdot 10^{-6} m_{\oplus}$	7.21 h
4	Vesta	2.361 AE	0.0883	7.1°	580 × 460 km	$5.6 \cdot 10^{-5} m_{\oplus}$	5.34 h
216	Kleopatra	2.797 AE	0.2487	13.1°	217 × 94 km	$7.8 \cdot 10^{-7} m_{\oplus}$	5.385 h
243	Ida	2.860 AE	0.0417	1.1°	58 × 23 km	$7 \cdot 10^{-9} m_{\oplus}$	4.63 h
433	Eros	1.458 AE	0.2227	10.8°	34 × 11 km	$1.12 \cdot 10^{-9} m_{\oplus}$	5.27 h
1566	Icarus	1.078 AE	0.8268	22.8°	1.4 km	$5 \cdot 10^{-13} m_{\oplus}$	2.27 h
3753	Cruithne	0.9977 AE	0.5148	19.8°	5 km	$2.2 \cdot 10^{-11} m_{\oplus}$	27.44 h
90377	Sedna	536.8 AE	0.8578	11.9°	~ 1500 km	~ $5 \cdot 10^{-4} m_{\oplus}$	~ 10 h
134340	Pluto ♃	39.45 AE	0.2474	17.1°	2302 km	$2.19 \cdot 10^{-3} m_{\oplus}$	-6.387 d
136199	Eris (Xena)	68.07 AE	0.4339	43.8°	2400 km	$2.80 \cdot 10^{-3} m_{\oplus}$	~ 25 h

Die Zahl neuentdeckter Planetoiden hat sich in den letzten Jahren rasant vergrößert. Im Oktober 2008 kannte man insgesamt 370613 Planetoiden, Ende Dezember 2018 waren es schon 790213. Neu entdeckte Planetoiden, für die noch keine genaue Bahn ermittelt werden konnte, werden mit dem Entdeckungsjahr, einer Buchstabenkombination und einer Indexnummer bezeichnet (z. B. 2003 VB12). Die Buchstabenkombination setzt sich aus dem ersten Buchstaben für die Monatshälfte (beginnend mit A und fortlaufend bis Y ohne I) und einem fortlaufenden Buchstaben (A bis Z ohne I) zusammen. Wenn mehr als 25 Kleinplaneten in einer Monatshälfte entdeckt werden, beginnt die Buchstabenkombination von vorne und die Unterscheidung erfolgt durch die Indexnummer. Erst wenn die Bahn genau bekannt ist, erhält der Planetoid die nächste freie Nummer (im Dezember 2018 waren das 523824 Objekte), und eventuell einen Namen (2003 VB12 = 90377 Sedna).

Der Planetoid 365739 Peterbecker im Gürtel zwischen Mars und Jupiter wurde 2004 zum ersten Mal entdeckt (2004 RO288) und 2010 wiederentdeckt (2010 WS12). Nachdem die Bahnelemente bestimmt waren und erkannt wurde, dass es sich um dasselbe Objekt handelt, wurde er 2015 nach dem Rostocker Professor der niederen Mathematik Peter Becker (1672–1753) benannt, der auch Astronom war und etwa den Merkurtransit am 11.11.1736 genau vermessen und aufgezeichnet hat.

### 5.3.1 Pluto

Der am längsten bekannte Planetoid im Kuiper-Gürtel ist *Pluto* mit seinem großen Mond *Charon* von etwa 10% der Plutomasse. Pluto wurde bis 2006 zu den Planeten gerechnet (Symbol ♃). Er erfüllt aber nicht das Planetenkriterium (c): es gibt zahlreiche kleine Objekte in der Plutobahn. Er gehört zu den größten Planetoiden und unterscheidet sich auch noch in anderen Punkten von den Planeten: Er hat eine große Inklination, und er ist wesentlich kleiner als der kleinste Planet Merkur.

Er wurde aus Bahnstörungen des Neptun vorhergesagt, und 1930 von Clyde Tombaugh als 9. Planet entdeckt. Er hat eine große Exzentrizität und kreuzt die Neptunbahn. Da seine Umlaufzeit im Verhältnis 3 : 2 zu der Neptuns steht, besteht keine Gefahr einer Kollision.

Pluto und Charon drehen sich in 6.387 d um ihren gemeinsamen Schwerpunkt und zeigen sich dabei stets die gleiche Seite: Bahn- und Eigenrotation sind perfekt synchron. Diese Rotation ist retrograd, mit einem Winkel von 57.5° zur Bahnachse. Zwischen 1985 und 1990 war die Bahnebene von Charon parallel zur Sichtlinie von der Erde, was nur etwa alle 130 Jahre vorkommt. In dieser Zeit konnten die Größen von Pluto und Charon während der gegenseitigen Bedeckung recht genau gemessen werden.

Im Jahr 2005 hat man zwei weitere kleine Monde von Pluto gefunden, Nix und Hydra, in jüngerer Zeit nochmals zwei, Kerberos (2011) und Styx (2012).



Detailreiche Bilder von Pluto und Charon wurden 2015 von der Sonde *New Horizons* zur Erde gefunkt. Die Sonde entfernt sich weiter von der Sonne und soll Anfang 2019 den Planetoiden 2014MU69 erreichen.

### 5.3.2 Extrasolare Planetoiden

Kleine Körper zwischen den Sternen können auch in unser Sonnensystem eindringen. Ihre kinetische Energie muss größer als der Betrag der negativen gravitativen Bindungsenergie durch die Sonne sein, ihre Gesamtenergie ist also positiv, ihre Bahnen sind daher Hyperbelbahnen mit  $e > 1$  (vgl. Abb. 4.2). Ein Beispiel ist das 2017 beobachtete Objekt 1I/2017U1 Oumuamua mit  $e = 1.20$  und  $v_\infty \approx 26.3 \text{ km/s}$  entsprechend  $E/M = \frac{1}{2}v_\infty^2 = 3.5 \cdot 10^8 \text{ J/kg}$ .

## 5.4 Kometen

Im Mittel kleiner als die Planetoiden sind die *Kometen*, die zumeist auf stark exzentrischen, fast parabolischen Bahnen ins Sonnensystem eindringen und an ihren Ruheort in der Oortschen Wolke weit außerhalb der Plutobahn zurückkehren.

Aristoteles und Ptolemaios hielten die Kometen für Ausdünstungen der Erdatmosphäre, aber bereits von Seneca wurden sie als selbständige Himmelskörper betrachtet. Im 16. Jahrhundert bestimmte Tycho Brahe erstmals eine Untergrenze der Entfernung eines Kometen von 230 Erdradien, womit die Erscheinung weit außerhalb der Erdatmosphäre liegen musste.

Edmund Halley verglich 1704 die Daten vieler Kometenbeobachtungen. Er berechnete Newtonsche Kometenbahnen und fand einige Kometen auf derselben Bahn, was er als Wiederkehr eines einzigen Kometen deutete, der 1456, 1531, 1607 und 1682 beobachtet wurde. Dieser Halleysche Komet hat eine Umlaufperiode von 76 a und würde 1758 erneut erscheinen. Die Bestätigung dieser Vorhersage hat er allerdings nicht mehr erlebt. Spätere Jahre, in denen der Halleysche Komet erschienen ist, sind 1834, 1910 und 1986, das nächste Erscheinen wird 2062 erwartet.

Bahndaten einiger Kometen (Epoche 2001):

Nummer/Name	Perihel J M T	$r_P$ [AE]	$e$	$\tilde{\omega}$	$\Omega$	$i$
1P Halley	1986 02 15.0038	0.574653	0.967891	112.32°	59.49°	162.198°
2P Encke	2000 09 09.6973	0.339229	0.847030	186.48°	334.59°	11.761°
4P Faye	1999 05 05.9772	1.660235	0.567734	205.06°	199.35°	9.044°
6P d'Arrest	2002 02 03.5971	1.352733	0.612835	178.12°	138.95°	19.497°
7P Pons-Winnecke	2002 05 15.7313	1.258199	0.633992	172.29°	93.45°	22.285°
8P Tuttle	2008 01 25.1705	1.025926	0.819849	207.43°	270.52°	55.129°
9P Tempel 1	2000 01 02.3187	1.502091	0.518289	178.94°	68.97°	10.540°
10P Tempel 2	1999 09 09.6859	1.468194	0.526173	194.88°	118.06°	12.038°
12P Pons-Brooks	2024 04 22.1524	0.772611	0.954479	199.05°	256.20°	74.938°
13P Olbers	2024 06 19.9292	1.164165	0.930214	64.04°	86.66°	44.766°
14P Wolf	2000 11 21.2772	2.412708	0.407847	162.44°	204.08°	27.505°
15P Finlay	2002 02 07.1654	1.034089	0.710564	323.64°	41.97°	3.675°
C/1997 P2 Spacewatch	1997 08 26.2117	4.265056	1.012310	24.73°	302.36°	14.571°
C/1998 M3 Larsen	1998 07 15.4930	5.762535	1.000325	20.71°	255.55°	113.441°

Die Bahnen der Kometen sind starken Störungen unterworfen. Auch die stabileren zeigen messbare Unterschiede, wie die Bahndaten von Kometen zur Epoche 2007.9 zeigen:

Nummer/Name	Perihel J M T	$r_P$ [AE]	$e$	$\tilde{\omega}$	$\Omega$	$i$
2P Encke	2007 04 19.3143	0.339146	0.847067	186.52°	334.56°	11.757°
4P Faye	2006 11 15.4568	1.667345	0.566680	205.02°	199.31°	9.032°

9P Tempel 1	2005 07 05.4240	1.507410	0.517366	178.91°	68.93°	10.530°
15P Finlay	2008 06 22.5397	0.969583	0.721506	347.47°	13.85°	6.816°
17P Holmes	2007 05 04.5277	2.053218	0.432564	24.27°	326.86°	19.113°

Auch Kometen mit hyperbolischen Bahnen ( $e > 1$ ) können wiederkehren, wenn ihre Bahnen von den großen Planeten oder den vielen kleinen Körpern in der Oortschen Wolke verändert werden.

Kometen werden zunächst wie Planetoiden mit einer vorläufigen Bezeichnung versehen:  $X/yyyy M_n$  wobei  $yyyy$  das Jahr und  $M$  der Buchstabe des Halbmonats der Entdeckung und  $n$  eine fortlaufende Nummer innerhalb desselben Halbmonats ist.  $X$  bezeichnet die Bahn: P für periodische Kometen, C für nicht-periodische (parabolische oder hyperbolische Bahn oder  $T > 200$  a), X für unbekannte Bahnelemente, D für Kometen, die sich aufgelöst haben oder mit einem anderen Himmelskörper kollidiert sind. Wiederkehrende Kometen erhalten eine endgültige sequentielle Nummer, die dem P (oder D) vorangestellt wird.

Die Sonde Giotto machte im März 1986 Nahaufnahmen vom Kometen Halley.

Der Komet C/2012 S1 ISON hatte die Bahndaten

Epoche	Perihel	J M T	$r_P$ [AE]	$e$	$\tilde{\omega}$	$\Omega$	$i$
2013 05	2013 11	28.7967	0.012505	1.000003	345.51°	295.74°	61.853°
2013 11	2013 11	28.7784	0.012444	0.999969	345.53°	295.65°	62.403°

und damit einen sehr dichten Vorbeiflug an der Sonne (weniger als 1 Sonnendurchmesser von der Sonnenoberfläche entfernt). Das Wasser und Teile des Gesteinskerns sind verdampft.

#### 5.4.1 Aufbau

Der feste Kometenkern (1–10 km Durchmesser) fängt an zu verdampfen, sobald der Komet innerhalb der Marsbahn in Sonnennähe kommt. Dadurch entsteht die *Koma* (= Haare), die den sichtbaren Kometenkopf bildet und das Sonnenlicht nicht nur streut, sondern auch fluoresziert. Die Verdampfung findet auf der der Sonne zugewandten Seite statt. Kleine Staubteilchen werden durch den Strahlungsdruck der Sonne langsam abgedrängt und bilden einen gekrümmten Staubschweif (Typ II). Leichtes Gas wird durch das Sonnenlicht ionisiert und vom Sonnenwind mitgenommen, es bildet einen fluoreszierenden geraden Plasmaschweif (Typ I).

Der Kometenkern besteht vorwiegend aus Wasser (Eis) mit kleinen Körnchen aus Gestein (Silikate, Kohle, Eisen, Nickel). Wichtige Bestandteile sind auch CO und CO<sub>2</sub>.

### 5.5 Interplanetare Materie und Zodiaklicht

Der Planetoidengürtel zwischen Mars- und Jupiterbahn ist eine Ansammlung verschieden großer Materiebrocken. Hier findet man auch die größte Dichte an interplanetarem Staub. Der Staubring in der Ekliptik beginnt aber bereits dicht an der Sonne.

Bei günstigen Lichtverhältnissen kann man diesen Staub am Himmel entlang der Ekliptik und damit auch entlang des Tierkreises (Zodiak) als *Zodiaklicht* sehen. Dieses Licht hat das Spektrum der Sonne und wird an Partikeln von 1  $\mu\text{m}$  bis 0.1 mm Größe gestreut. Der *Gegenschein* ist das Streulicht genau gegenüber der Sonne.

## 5.6 Meteoriten

Größere Brocken interplanetarer Materie gehen oft als Meteore auf die Erde nieder. Meteorströme aus zerbrochenen Kometen treffen immer dann auf die Erde, wenn die Erdbahn die Kometenbahn kreuzt. Die bekanntesten sind die Perseiden (Anfang August, Komet 1862 III) und die Leoniden (Anfang Dezember, Komet 1866 I).

Der größte bisher gefundene Eisenmeteorit liegt in Namibia in der Nähe der Hoba-Farm. Sein Gewicht ist 55 t.

Auf Planeten mit fester Oberfläche oder Monden auftreffende Meteoriten erzeugen Einschlagkrater, die auf kleinen Planeten, Planetoiden und Monden ohne Atmosphäre erhalten bleiben, weshalb z. B. unser Mond oder der Planet Merkur mit Kratern übersät sind.

Krater von großen Objekten findet man auch auf der Erde, allerdings werden sie von der Erosion in Jahrmillionen eingeebnet. Das Nördlinger Ries in Süddeutschland ist ein alter Einschlagkrater. Der Barringer-Crater in Arizona (USA) wurde vor etwa 50000 Jahren durch den Einschlag eines Eisenmeteoriten von ca. 50 m Durchmesser verursacht. Ein geringer Teil des Meteoriten ist in der Atmosphäre verdampft, zum Zeitpunkt des Einschlags hatte er noch eine Masse von ca.  $3.5 \cdot 10^8$  kg [10].

### 5.6.1 Zusammensetzung

Die Zusammensetzung der Meteoriten gibt Aufschluss über Materie in unserem Sonnensystem.

Man unterscheidet *Eisenmeteorite* (Dichte im Mittel  $7.8 \text{ g/cm}^3$ ), die vorwiegend aus Eisen und Nickel bestehen, und *Steinmeteorite* aus Silikaten und anderen Mineralien. Die meisten Steinmeteorite sind *Chondrite* aus kleinen Silikatkügelchen (Chondrulen) mit einer mittleren Dichte von  $3.4 \text{ g/cm}^3$ . Dazu gehören auch die *Tektite* aus geschmolzenem Glas (Dichte  $2.4 \text{ g/cm}^3$ ), die man in der Nähe großer Einschlagkrater findet. Steinmeteorite ohne Chondrulen heißen *Achondrite* und haben im Mittel geringere Dichte als Chondrite.

Chondrite enthalten oft komplexe Verbindungen aus C, N, O und H, z. B. einfache Aminosäuren.

Das Erstarrungsalter kann man aus dem Verhältnis  $^{40}\text{Ar}$  zu  $^{40}\text{K}$  im Gestein bestimmen. Das Edelgas Argon entsteht durch Betazerfall von Kalium mit einer Halbwertszeit von  $1.25 \cdot 10^9$  a und kann nach dem Erstarren des Steins nicht mehr entweichen. Aus dem Mengenverhältnis lässt sich mit Hilfe des radioaktiven Zerfallsgesetzes das Alter berechnen.

## 5.7 Sonne

Die Sonne trägt den Hauptteil der Masse unseres Sonnensystems (Tab. 5.2). Ihre Entstehung und Entwicklung wird in der Vorlesung Astronomie und Astrophysik 2 behandelt.

Ihre Leuchtkraft, das ist die gesamte abgestrahlte Leistung, ist im Mittel

$$3.85 \cdot 10^{26} \text{ W}$$

und schwankt um  $\pm 0.2\%$ . Bei großer Aktivität in der Sonnenatmosphäre (viele Sonnenflecken) ist die abgestrahlte Leistung etwas höher.

Die Sonne ist kein starrer Körper, sie rotiert im gleichen Umlaufsinn wie ihre Planeten mit einer siderischen Periode von 25.38 d am Äquator und mehr als 31 d bei Breiten über  $75^\circ$ .

### 5.7.1 Aufbau

### 5.7.2 Sonnenatmosphäre

Eine ununterbrochene Beobachtung der Sonnenoberfläche ermöglicht seit 1996 der Satellit SOHO (Solar and Heliospheric Observatory). Er bewegt sich auf einer elliptischen Bahn, einem *Halo-Orbit*, um den Lagrangepunkt L1 zwischen Erde und Sonne und folgt damit mit geringen Abweichungen der Bahn der Erde.

Die Oberfläche der Sonne „brodelt“, man findet auf- und absteigende Bereiche (*Granulen*) mit etwa 1000km Durchmesser, die ihre Struktur in wenigen Minuten ändern. Sie bilden langlebige größere Gruppen (*Supergranulen*) von etwa 30000km Durchmesser.

Die vertikale Schichtung geht von ca. 500km dicken *Photosphäre*, aus der der überwiegende Teil der Strahlung stammt, über in die *Chromosphäre* mit einer mittleren Dicke von 2000km und einer Temperatur von ca. 4000K. Sie hat weniger als 1/1000 der Dichte der Photosphäre. Bei einer totalen Sonnenfinsternis ist der Strahlenkranz der Chromosphäre für wenige Sekunden zu sehen. Die Chromosphäre hat einen stark ausgefransten Rand mit bis zu 10000km hohen *Spikulen*.

Im oberen Bereich der Chromosphäre steigt die Temperatur steil an. Darüber ist das von der Sonne abgeblasene Plasma, das durch Schockwellen auf ca.  $10^6$ K aufgeheizt wird und die *Korona* bildet, die ebenfalls bei einer totalen Sonnenfinsternis bzw. von Satelliten wie SOHO durch Abdecken der Sonnenscheibe sichtbar wird.

Eruptionen der Chromosphäre mit einer Dauer von wenigen Sekunden bis zu 3 Stunden sind die *Flares* oder Sonnenfackeln, am Sonnenrand *Surges* genannt. Sie steigen aus heißen *Plages* auf.

*Protuberanzen* oder *Prominences* sind fein strukturierte Materiekondensationen in der inneren Korona von bis über 100000km Höhe mit Lebensdauern von vielen Tagen. Durch bogenförmige Magnetfelder wird das Plasma der Protuberanzen oft ebenfalls zu bogenförmigen Strömen.

### 5.7.3 Magnetfeld und Sonnenflecken

Sonnenflecken sind die Austrittsstellen magnetischer Feldlinien.

Seit der ersten Beobachtung von Sonnenflecken durch Galilei werden Sonnenflecken gezählt. Dazu wird heute die Relativzahl

$$R = k(10g + f)$$

tabelliert, mit  $g$  = Zahl der Flecken-Gruppen,  $f$  = Zahl der darin erkennbaren Einzelflecken und  $k = 1$ . Der Faktor  $k$  kann Unterschiede verschiedener Beobachter und Instrumente korrigieren. Seit 1848 wird dieser von J. Wolf eingeführte Index in Zürich aufgezeichnet ( $R_Z$ ). Seit 1981 gibt es den internationalen Index  $R_i$ , der viele weltweite Beobachtungen mittelt.

Das Magnetfeld der Sonne ändert etwa alle 11 Jahre seine Polarität. In der Zwischenphase, wenn die Feldkonfiguration chaotisch wird, gibt es viele Sonnenflecken.

### 5.7.4 Sonnenwind, interplanetare Magnetfelder, Polarlichter

Der Sonnenwind ist das entweichende Plasma der Sonnenatmosphäre. Er besteht daher überwiegend aus Protonen und Elektronen. Variationen des Plasmastroms werden durch Flares hervorgerufen. In Erdnähe strömen etwa 7 Protonen und Elektronen pro  $\text{cm}^3$  mit Geschwindigkeiten zwischen 200 und 700km/s. Die Sonnenmasse nimmt dadurch pro Jahr um etwa  $2 \cdot 10^{-14}$  ab, das entspricht  $4 \cdot 10^{13}$  Tonnen.

Das Erdmagnetfeld lenkt die geladenen Teilchen ab, umgekehrt wird es durch die Teilchenströme modifiziert. Das führt zu einer periodischen täglichen Bewegung des magnetischen Nordpols (Durchmesser an der Erdoberfläche ca. 80 km).

Die geladenen Teilchen des Sonnenwindes und der kosmischen Strahlung werden durch das Erdmagnetfeld in einem Ring um die Erde, dem *Van Allen-Gürtel*, gefangen. Der innere Gürtel erstreckt sich in Äquaturnähe zwischen 700 und 6000 km über der Erdoberfläche und besteht hauptsächlich aus Protonen, ein zweiter befindet sich zwischen 15000 und 25000 km und enthält vorwiegend Elektronen. Die Konzentration hochenergetischer Teilchen führt zu einer hohen, zeitlich stark schwankenden Strahlenbelastung in diesem Bereich (wichtig für die bemannte Raumfahrt).

Das *Polarlicht* (Aurora) findet man in hohen nördlichen und südlichen Breiten. Da sich geladene Teilchen auf Helixbahnen um magnetische Feldlinien bewegen, können sie nur in der Nähe der Pole in die Atmosphäre eindringen. Elektronen, die im Plasmagürtel der Erde gefangen sind, treffen auf Atome, Moleküle und Ionen in sehr hohen Atmosphärenschichten (über 80 km) und regen deren Elektronen durch Stöße an. Beim Übergang in den Grundzustand wird Licht charakteristischer Wellenlänge ausgesandt. Das Spektrum des Polarlichts ist ein reiches Emissions-Linienspektrum.

Der Sonnenwind führt auch das interplanetare Magnetfeld (einige nT) mit, das durch das Magnetfeld der Sonne gespeist wird und entsprechend unregelmäßig ist.

## 5.8 Exoplaneten

Unser Bild von der gleichzeitigen Entstehung von Sternen und Planeten lässt erwarten, dass die meisten Sterne ein ähnliches Planetensystem haben wie unsere Sonne.

Die Suche nach solchen *Exoplaneten* hat in den letzten Jahren beachtliche Fortschritte gemacht. Die Radioastronomen Aleksander Wolszczan und Dale Frail beobachteten 1992 Schwankungen der Periode des Pulsars PSR 1257+12, die durch einen umlaufenden Planeten verursacht wurden. Diese Beobachtung wurde schnell durch andere Gruppen bestätigt. Der erste Exoplanet um einen Hauptreihenstern, 51 Peg, wurde 1995 von Michel Mayor und Didier Queloz beobachtet.

Heute verwendet man vor allem Sternbedeckungen durch Planeten, also eine periodisch auftretende geringe Reduktion der Helligkeit, und die periodische Dopplerverschiebung durch die Bewegung des Sterns um den gemeinsamen Schwerpunkt zum Nachweis von Exoplaneten. Beide Verfahren eignen sich vor allem, um große und massereiche Planeten nachzuweisen. Direkte fotografische Aufnahmen gelingen nur bei dunklen Sternen (Braune Zwerge) und inzwischen mit Hilfe der Vortex-Coronographie, bei der wie bei Aufnahmen der Sonnenkorona die leuchtende Sternscheibe im Strahlengang verdeckt wird.

Im November 2011 kannte man bereits 717 Exoplaneten.

## 6. Astronomische Entfernungsmessungen

Um Entfernungen im Universum zu messen, stehen verschiedene Methoden zur Verfügung, die sich für unterschiedliche Entfernungen eignen. Man unterscheidet zwischen Messungen, welche auf trigonometrischem Weg direkt Entfernungen liefern, und solchen, welche die Bestimmung relativer Distanzen durch Helligkeitsmessungen ermöglichen. Letztere erlauben die Messung der größten Entfernungen, benötigen allerdings, um absolute Werte liefern zu können, Vergleichsobjekte bekannter Entfernung, bauen also auf den direkten Messungen auf. Dabei müssen für zunehmende Distanzen mehrere Stufen der Entfernungsleiter durch Messungen mit unterschiedliche Methoden überwunden werden.

### 6.1 Radar-Echo-Messungen

Radar-Echo-Messungen werden zur Entfernungsbestimmung im Sonnensystem verwandt.

Die genauesten Messungen von der Erde aus liefert das Radioteleskop in Arecibo, mit einer Auflösung von 7.5 m. Das Arecibo Observatory liegt in der Karibik, etwa 15 km südlich von Arecibo auf Puerto Rico und wird von der Cornell University (Ithaca NY) betrieben. Der stationäre 305 m-Reflektor ist der weltgrößte Einzelreflektor. Der bewegliche Empfänger erlaubt eine Beobachtung bis  $19.6^\circ$  Zenitdistanz. Neben der passiven Funktion als Radioteleskop besitzt die Anlage ein 1 MW Radarsystem, das bei einer Wellenlänge von 12.6 cm (Frequenz 2380 MHz) arbeitet. Messungen der Signallaufzeit können mit einer Rate von 10 MHz aufgezeichnet werden.

Seit die Apollo-Astronauten (Apollo 11, 14 und 15) je einen Rückstrahler als Reflektor auf dem Mond deponiert haben, kann man die Methode auch mit Laserlicht anwenden, um die genaue Bahn des Mondes kontinuierlich mit einer Genauigkeit von  $\pm 3$  cm zu verfolgen.

### 6.2 Parallaxe

Tagesparallaxen können nur Entfernungen zu sehr nahen Objekten (etwa dem Mond) messen und haben mit modernen Radar-Messungen heute ihre Bedeutung verloren.

Für die Messung des Abstands Erde-Sonne waren trigonometrische Methoden bei Venus- oder Merkurtransits schon früh sehr genaue Messverfahren.

Die erste bekannte Beobachtung eines Venustrants war die von Jeremiah Horrocks, der das Fernrohrbild der Sonne in seinem Haus in Much Hoole bei Preston (England) auf weißen Karton projizierte. Das war am 24. November 1639 (Julianischer Kalender, 4. Dezember nach dem Gregorianischen Kalender).

Die Transits 1761 und 1769 wurden weltweit beobachtet. Aus den Daten berechnete Jérôme Lalande 1771 die Entfernung Erde-Sonne zu 1 AE  $\approx 153 \cdot 10^6$  km. Die Astronomische Einheit wurde beim Venustransit am 8. Juni 2004 zu 1 AE =  $(149609 \pm 12) \cdot 10^3$  km gemessen.

#### 6.2.1 Jahresparallaxe

Die *Parallaxe*  $\Pi$  ist der maximale Winkelabstand zwischen der Sternposition gesehen vom Mittelpunkt der Erdbahn und der Sternposition gesehen von der Erde.

Die Achsen der Parallaxenellipse in ekliptikaler Länge und Breite sind

$$\begin{aligned}\Delta\beta_e &= \Pi \sin \beta_e \\ \Delta\phi_\lambda &= \cos \beta_e \Delta\lambda_e = \Pi \\ \Pi &= \frac{1 \text{ AE}}{r}\end{aligned}$$

Die aktuelle Richtungsabweichung liegt in der Ebene Stern–Erde–Sonne. Steht der Stern im Pol der Ekliptik,  $\beta_e = \pm 90^\circ$ , so wird die Ellipse zum Kreis und alle Radien sind in  $\beta$ -Richtung (vgl. auch Abschnitt 3.3.8).

Die Entfernung des Sterns ist

$$r = \frac{1 \text{ pc}}{\Pi''} \quad (6.1)$$

Mit der Jahresparallaxe erreicht man Entfernungen bis etwa 100 pc. Die nächsten Sterne haben  $\Pi < 1''$ .

Friedrich Bessel machte 1834–44 Messungen der Jahresparallaxe verschiedener Sterne und fand unter anderem den Abstand von Sirius,  $\Pi = 0.388''$  entsprechend  $r = 2.65 \text{ pc} = 8.65 \text{ LJ}$ .

Im Jahre 1904 veröffentlichte Frank Schlesinger (Yerkes-Observatorium) fotografische Parallaxen mit einer Präzision von  $\pm 0.01''$ .

Mit langfristigen Beobachtungen von über 100 Jahren Abstand kann man auch die *säkulare Parallaxe* nutzen: Die Bewegung der Sonne um das Zentrum der Milchstraße mit einer Geschwindigkeit von  $0.002 \text{ pc}/100 \text{ a}$  bewirkt eine Änderung des Sternorts im Abstand  $r$  von  $\Delta\phi = 0.002 \text{ pc} \sin\phi/r$  in 100 Jahren, wobei  $\phi$  der Winkel zwischen dem Stern und der Bewegungsrichtung der Sonne ist. Wegen der Eigenbewegung der Sterne funktioniert diese Methode nur im Mittel für eine Gruppe von Sternen.

### 6.2.2 Sternstromparallaxe

Als Sternstrom bezeichnet man eine Gruppe von Sternen, deren Eigenbewegungen auf einen gemeinsamen Fluchtpunkt gerichtet sind, und die etwa gleiche Winkelgeschwindigkeiten an der Himmelskugel  $\dot{\phi}$  und gleiche Radialgeschwindigkeiten  $\dot{r} = v_r$  haben. Der Winkelabstand  $\phi$  zwischen Sternhaufen und Fluchtpunkt gibt das Verhältnis von Tangential- und Radialgeschwindigkeit an, und man erhält

$$\frac{r\dot{\phi}}{v_r} = \tan\phi$$

oder

$$r = \frac{v_r \tan\phi}{d\phi/dt} \quad (6.2)$$

Die Fluchtgeschwindigkeit  $v_r$  in radialer Richtung lässt sich mit Hilfe des Dopplereffekts bestimmen (s. u.). Diese Methode ist anwendbar bis zu Entfernungen von etwa 5 kpc.

## 6.3 Photometrische Methoden

Auf dem Unterschied zwischen absoluter und scheinbarer (beobachteter) Helligkeit aufgrund der Entfernung (2.26) beruhen die photometrischen Methoden.

Man benötigt daher *Standardkerzen*, das sind in Anlehnung an die historische Photometrie (Maßeinheit Candela, lat. = Kerze) Objekte bekannter absoluter Helligkeit.

### 6.3.1 Hauptreihensterne

Kann man aus dem Spektrum den Spektraltyp und die Leuchtkraftklasse eines Sterns (vgl. Abschnitt 2.4.2) bestimmen, so lässt sich aus dem Hertzsprung–Russell-Diagramm die absolute Helligkeit ablesen. Die Unsicherheit aufgrund der Streubreite eines Spektraltyps kann man reduzieren, wenn man mehrere Sterne einer Gruppe (Sternhaufen) mittelt. Distanzmessungen mit dieser Methode sind bei Abständen bis zu 5000 pc nutzbar.

### 6.3.2 Cepheiden

Zu den Veränderlichen Sternen, die radiale Schwingungen ausführen, gehört  $\delta Cep$ , nach dem die Gruppe der Cepheiden benannt ist. Bei ihnen herrscht eine feste Beziehung zwischen der Periode ihrer Helligkeitsschwankung und ihrer absoluten Leuchtkraft.

Allerdings fand Walter Baade 1952, dass es zwei Gruppen mit unterschiedlicher Periode-Leuchtkraft-Beziehung gibt. Zur zweiten Gruppe gehört *W Vir*, man bezeichnet sie als W-Virginis-Sterne oder Typ-II-Cepheiden.

Beide Typen erreichen im Maximum große absolute Helligkeiten, man kann daher Entfernungen zu anderen Galaxien bis etwa 20 Mpc messen.

Eine Kalibration der Cepheiden-Entfernungsskala gelang 2008 [11] durch die Messung der Entfernung von *RS Pup*. Dieser Stern befindet sich in einem Staubnebel. Die Laufzeitunterschiede zwischen dem direkten Sternlicht und am Staub gestreuten Licht ergaben eine Entfernung von 6500 LJ.

### 6.3.3 Supernovae vom Typ Ia

Eine Supernova vom Typ Ia entsteht in einem Doppelsternsystem, bei dem ein Partner ein Weißer Zwerg aus C und O ist und der leichtere Partner ein Roter Riese. Der Abstand der Partner ist so gering, dass Materie aus der Hülle des Riesen zum Weißen Zwerg strömt. Dadurch erhöht sich dessen Energie, das Volumen bleibt aber konstant und die Temperatur steigt. Nahe der Chandrasekhar-Masse (genauer bei  $M \approx 1.3M_{\odot}$ ) wird die Zündtemperatur für die C/O-Kernfusion erreicht und es kommt zu einem sehr schnellen Zünden über den gesamten Stern, was zu dessen Explosion führt. Dabei werden Kerne im Bereich der tiefsten Bindungsenergie erzeugt, der Anteil an  $^{56}\text{Ni}$  macht etwa die Hälfte der entstehenden Kerne aus. Die Helligkeitskurve in der Zeit nach der Explosion ist charakterisiert durch die Beta-Zerfallskette von  $^{56}\text{Ni}$  zum stabilen  $^{56}\text{Fe}$ . Da die Supernovaexplosion bei einer universellen Gesamtmasse stattfindet, ist auch die freigesetzte Energie und damit die absolute Helligkeit bei allen Supernovae dieses Typs konstant  $M_B = -19.6^m \pm 0.2^m$ . Diese Eigenschaft nutzt man zur Entfernungsmessung, bei der man die absolute und scheinbare Helligkeit vergleicht (Gleichung 2.26).

### 6.3.4 Tully-Fisher-Relation

Brent Tully und Richard Fisher entwickelten in den 1970er Jahren eine weitere Methode zur Abstandsbestimmung [12]. Sie fanden eine Beziehung zwischen der Helligkeit einer Spiralgalaxie und ihrer Rotationsgeschwindigkeit. Die Rotationsgeschwindigkeit lässt sich aus der Dopplerverbreiterung von Spektrallinien bestimmen, die ein Gemisch von allen Orten der Galaxie darstellen.

## 6.4 Hubble-Expansion und Rotverschiebung

Edwin Hubble untersuchte die Spektren vieler Galaxien, und fand eine Rotverschiebung der Spektrallinien, die durch den Dopplereffekt zustande kommt. Daraus schloss er 1929, dass die Galaxien sich von uns entfernen, mit einer mittleren Fluchtgeschwindigkeit  $v_r$ , die proportional zum Abstand wächst

$$v_r = \frac{dr}{dt} = Hr$$

Die Hubblekonstante ist

$$H = (71 \pm 4) \frac{\text{km/s}}{\text{Mpc}}$$



Die ersten Werte von Hubble und Humason lagen bei  $H \approx 500 \text{ km/s/Mpc}$ . Dieser Wert war aber sehr ungenau und durch Eigenbewegungen der Galaxien verfälscht. Als Walter Baade den zweiten Typ von Cepheiden fand, musste die Entfernungsskala von Hubble um einen Faktor 2 korrigiert werden. Dazu kam, dass Hubble häufig mehrere Cepheiden für einen gehalten und so zu große Helligkeiten bestimmt hatte. Spätere Messungen lieferten damit den wesentlich kleineren Wert  $H \approx 70 \text{ km/s/Mpc}$ , den wir heute sehr genau kennen.

Durch Messung von  $z$  kann man die Entfernung weit entfernter Galaxien und Galaxienhaufen berechnen.

$$r = \frac{c}{H} \beta = \frac{c}{H} z \approx 4000 \text{ Mpc} \cdot z \quad (6.3)$$

Dies gilt aber nur für  $v \ll c$ .

Die Entfernung (in der Vergangenheit, zur Zeit der Aussendung des Lichts!) für den relativistischen Dopplereffekt ist

$$r = \frac{c}{H} \beta = \frac{c}{H} \left( 1 - \frac{2}{z^2 + 2z + 2} \right) \approx 4000 \text{ Mpc} \left( 1 - \frac{2}{z^2 + 2z + 2} \right)$$

# Literatur

## Astronomie und Astrophysik

A. Unsöld, B. Baschek, „Der neue Kosmos“, Springer Verlag

B. W. Carroll, D. A. Ostlie, „An Introduction to Modern Astrophysics“, Verlag Addison-Wesley

H. H. Voigt, „Abriss der Astronomie“, Spektrum Akademischer Verlag

weniger Details, aber gute didaktische Aufbereitung:

J. Bennett, M. Donahue, N. Schneider, M. Voit, „Astronomie – die kosmische Perspektive“, Pearson Verlag

## Mathematische Hilfsmittel und Methoden

I. N. Bronstein, K. A. Semendjajew, „Taschenbuch der Mathematik“

## Physik

jedes Lehrbuch der Experimentalphysik

## Quellen

- [1] N. Capitaine, P. T. Wallace, J. Chapront, „Expressions for IAU 2000 precession quantities“, *Astronomy and Astrophysics* **412**, 567 (2003).
- [2] B. D. Mason, G. L. Wycoff, W. I. Hartkopf, „The Washington Double Star Catalog“, update 2006.5, U.S. Naval Observatory, Washington, <http://ad.usno.navy.mil/wds/> (2006).
- [3] Rudolph Minkowski, „New Emission Nebulae“, *Publications of the Astronomical Society of the Pacific* **58**, 305 (1946).
- [4] Galileo Galileo, *Sidereus Nuncius*, Venetiis (Venedig, 1610)
- [5] J. H. Gundlach, S. M. Merkwitz, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 2869 (2000).
- [6] E. M. Standish, „Keplerian Elements for Approximate Positions of the Major Planets“, Jet Propulsion Laboratory document [http://ssd.jpl.nasa.gov/txt/aprx\\_pos\\_planets.pdf](http://ssd.jpl.nasa.gov/txt/aprx_pos_planets.pdf)
- [7] program HELIO at <http://idlastro.gsfc.nasa.gov/ftp/pro/astro/helio.pro>
- [8] J. Laskar, A. Fienga, M. Gastineau, H. Manche, „La2010: a new orbital solution for the long-term motion of the Earth“, *Astronomy & Astrophysics* **532**, A89 (2011); J. Laskar, P. Robutel, F. Joutel, M. Gastineau, A. C. M. Correia, B. Levrard, „A long-term numerical solution for the insolation quantities of the Earth“, *Astronomy & Astrophysics* **428**, 261 (2004).
- [9] D. R. Williams, „Jovian Satellite Fact Sheet“, <https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/joviansatfact.html>, 14 August 2018.
- [10] D. J. Roddy, E. M. Shoemaker, „Meteor Crater (Barringer Meteorite Crater), Arizona: Summary of Impact Conditions“, *Meteoritics* **30**, 567 (1995).
- [11] P. Kervella et al., *Astron. Astrophys.* **480**, 167 (2008).
- [12] R. B. Tully, J. R. Fisher, „A new method of determining distances to galaxies“, *Astronomy and Astrophysics* **54**, 661 (1977).

## Anhang A: Einheiten und Naturkonstanten

Gravitationskonstante  $G = (6.6741 \pm 0.0006) \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2}$

Schwerkraftkonstante der Sonne  $GM_{\odot} = 1.327124420[8 \pm 5] \cdot 10^{20} \frac{\text{m}^3}{\text{s}^2}$

Lichtgeschwindigkeit  $c = 299792458 \text{ m/s}$

Boltzmann-Konstante  $k = (1.380651 \pm 0.000003) \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$

Plancksches Wirkungsquantum  $h = (6.626069 \pm 0.000001) \cdot 10^{-34} \text{ J s}$

Masse des Protons  $1.67262 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

Masse des Neutrons  $1.67493 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

Masse des Elektrons  $9.10938 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

Die meisten Astronomen verwenden CGS-Einheiten (cm, g, s). Da astronomische Größen ohnehin durch die sprichwörtlichen „astronomischen Zahlen“ beschrieben werden, kommt es auf ein paar Zehnerpotenzen nicht an. In diesem Skript werden aber MKS-Einheiten verwendet (m, kg, s). Für Energien ist

$$1 \text{ J} = 10^7 \text{ erg} = 6.241509 \cdot 10^{18} \text{ eV}$$

Längeneinheiten und Entfernungen

$$1 \text{ AE} = 1.49597870700 \cdot 10^{11} \text{ m} \quad (\text{au}) \text{ Entf. Erde—Sonne}$$

$$1 \text{ LJ} = 9.460528 \cdot 10^{15} \text{ m} \quad (\text{ly}) \text{ Lichtjahr}$$

$$1 \text{ pc} = 3.08567758 \cdot 10^{16} \text{ m} = 3.08567758 \cdot 10^{18} \text{ cm} = 3.2616 \text{ LJ} \quad \text{parsec}$$

Die Astronomische Einheit (AE) wurde im September 2012 von der IAU (International Astronomical Union) als exakte Längeneinheit definiert zu 149597870700 m.

### A.1 Winkelmaße

Ein Winkel ist das Verhältnis Bogenlänge : Radius

$$\phi = \frac{b}{r}$$

Dies ist eine dimensionslose Zahl, die Einheit rad = Radian wird nur verwendet, wenn die Bedeutung als Winkel sonst nicht klar wird. Eine volle Umdrehung an den Ausgangsort ist der Vollwinkel  $2\pi$ .

Historisch hat sich stattdessen das Grad  $^{\circ}$  als Winkelmaß etabliert. Der Vollwinkel entspricht  $360^{\circ}$ , die Umrechnung ist also

$$\phi = \frac{b}{r} \frac{180^{\circ}}{\pi}$$

und die Unterteilung im 60er-System führt auf Winkelminuten ( $'$ ) und Winkelsekunden ( $''$ ), mit

$$1^{\circ} = 60' = 3600''$$

In der Astronomie werden manche Winkel auch im Stundenmaß angegeben, das der Erdrotation von  $360^{\circ}$  in  $24^{\text{h}}$  entspricht

$$\phi = \frac{b}{r} \frac{12^{\text{h}}}{\pi}$$

das ebenfalls in Minuten und Sekunden unterteilt wird:

$$1^h = 60^m = 3600^s$$

Da sich Winkel nach einer vollen Umdrehung wiederholen, nimmt man sie i. A. modulo  $2\pi$  (bzw.  $360^\circ$  oder  $24^h$ ), z. B.  $725^\circ \bmod 360^\circ = 5^\circ$ .

Eine Drehung wird charakterisiert durch die Achse und den Winkel  $\phi$ . Man kann sie durch den Vektor  $\vec{D}_\phi$  beschreiben, der in Richtung der Achse zeigt und den Betrag  $|\vec{D}_\phi| = \phi$  hat. Die Drehrichtung entspricht den Fingern der gekrümmten rechten Hand, wenn der Daumen in Richtung der Achse zeigt. Für kleine Winkel  $d\phi$  wird ein Vektor  $\vec{a}$  durch die Drehung zu  $\vec{a}' \approx \vec{D}_{d\phi} \times \vec{a}$ .

# Stichwortverzeichnis

## A

- Aberration 26, 38
- Äquatorialsystem 8
- Albedo 67
- Anomalie
  - exzentrische 58
  - mittlere 57, **58**
  - wahre 52, **59**, 60
- Äquinoktium 26
- Äquinoktium-Korrektur 29
- Aspekt 62
- Astrolabium 22
- Astrologie 2, 3, 62
- Azimut 5, 8

## B

- Bahnelemente 56
  - der Erde 57
  - des Mondes 64
  - der Planeten 67

## D

- Deklination 8, 9, 26, 37
  - der Sonne 17, **61**
- drehbare Sternkarte 20, 22
- Drehimpuls 45, 52
  - -erhaltung 45, 49

## E

- Ekliptik 8, 65
  - Schiefe 8, 21, 29
- Elongation **62**, 62
- Ephemeriden 13, 63
- Equinox 26
- Equinox-Korrektur 29
- exzentrische Anomalie 58
- Exzentrizität 12, 48
  - numerische 48, 56
- Exzentrizitätswinkel 49

## F

- Finsternis 8, **65**
- Flächensatz 52
- Frühlingsanfang 17
- Frühlingspunkt 8, 11, 18, 29

## G

- geografische Länge/Breite 7
- Größenklasse 24, 83

## H

- Helligkeit 24, 83

## J

- Jahr 2, 18
  - anomalistisches 18, 58
  - julianisches 17, 19
  - siderisches 18, 64
  - tropisches 13, 16, **18**, 21, 60
- Jahresparallaxe 26, 82
- julianisches Datum 17, 21
- julianisches Jahr 17, 19

## K

- Kepler, Johannes 35, 41
- Keplersche Gesetze
  - erstes 47
  - zweites 52
  - drittes 46, 52

## Knoten

- absteigender 56
- aufsteigender 56
- der Mondbahn 21, 64

## Konjunktion **62**

- Koordinaten 5
  - äquatoriale 8
  - geografische 7
  - selenografische 7

## Kulmination 19

## L

- Lagrangepunkt 55, 75, 80
- Libration 65
- Librationspunkt 55

## M

- Magnitude 24, 83
- Masse
  - reduzierte 43
  - der Planeten 67
- mittlere Anomalie 57, **58**
- mittlere Sonnenzeit 14

## Mond

- Finsternis 8, **65**
- Libration 65
- Phasen 16, **64**, 67

## Monat

- anomalistischer 64
- drakonitischer 64, 66
- siderischer 64
- synodischer 16, 64
- tropischer 64

## N

- Newton 41

numerische Exzentrizität 48, 56

Nutation 11, 21

## O

Opposition 62, 67

Ortszeit 15, 20

## P

Parallaxe 26, 82

– jährliche 26, 82

– säkulare 83

– Sternstrom- 83

– tägliche 82

Phasen 16, 64, 67

Planeten

– Bahnelemente 67

– Massen 67

– Radien 67

Polarkoordinaten 6

Präzession

– der Erdachse 3, 11, 29

Präzessionskorrektur 29

## R

reduzierte Masse 43

retrograde Rotation 70, 72, 74

Rektaszension 8, 26

– der Sonne 61

## S

Saros-Zyklus 65

Schiefe der Ekliptik 8, 21, 29

selenografische Länge/Breite 7

Sextil 62

Sirius 2, 3, 24, 26, 30

Sonne 8, 11, 13, 24, 26, 79

Sonnenfinsternis 8, 65

Sonnenzeit 14

Sternkarte

– drehbare 20, 22

Sternstromparallaxe 83

Sternzeit 8, 21

Supernova

– Typ Ia 84

Syzygium 62

## T

Tierkreis 3

Titan 73

Transit 19

Trigon 62

Triton 74

## W

wahre Anomalie 52, 59, 60

mittlere Sonnenzeit 14

## Z

Zeitgleichung 14, 61

## Verwendete Symbole

In der Astrophysik verwendete Symbole sind weder einheitlich noch eindeutig. Die folgende Liste gibt die wichtigsten Symbole in diesem Skript an, mehrere unterschiedliche Bedeutungen sind nacheinander durch Semikolon getrennt aufgeführt.

<b>A</b>		<b>I</b>	
A	Aphel, Apoapsis	<i>i</i>	Inklination
A	Azimut; Fläche; Albedo	<b>J</b>	
<i>a</i>	große Halbachse der Ellipse	<i>JD</i>	Julianisches Datum
<i>a</i>	annum (Jahr, Maßeinheit), i. A. ein Julianisches Jahr = 365.25 d	<b>K</b>	
$\alpha$	Rektaszension	<i>k</i>	Wellenzahl; Boltzmannkonstante = $k_B$
<b>B</b>		<b>L</b>	
<i>b</i>	galaktische Breite; kleine Halbachse der Ellipse	<i>L</i>	mittlere Länge (Planetenbahn); Drehimpuls
$\beta$	Breitenwinkel (geografische Breite, ekliptikale Breite)	<i>l</i>	galaktische Länge
$\beta_e$	geozentrische ekliptikale Breite	$\lambda$	Wellenlänge; Längenswinkel (geografische Länge, ekliptikale Länge)
$\beta_h$	heliozentrische ekliptikale Breite	$\lambda_e$	geozentrische ekliptikale Länge
<b>C</b>		$\lambda_h$	heliozentrische ekliptikale Länge
<i>c</i>	Lichtgeschwindigkeit	<b>M</b>	
<b>D</b>		<i>m</i>	Masse; scheinbare Helligkeit (logarithmische Größenklasse)
<i>d</i>	Distanz	<i>m</i>	Minute als Winkelmaß oder Zeitmaß
<i>d</i>	dies (Tag, Maßeinheit)	<i>M</i>	Masse; absolute Helligkeit (Größenklasse); mittlere Anomalie
$\delta$	Deklination	<b>N</b>	
$D_{2000}$	Zeit seit 1.01.2000 12:00 TT in Tagen	N	Norden (Richtung)
<b>E</b>		$\nu$	Frequenz
E	Osten (East, Est, Richtung)	<b>O</b>	
<i>E</i>	Energie; exzentrische Anomalie; Equinox-Gleichung (Nutation)	O	Osten (Richtung)
<i>e</i>	numerische Exzentrizität	$\Omega$	Raumwinkel; skalierte Dichte (Universum)
$\epsilon$	Schiefe der Ekliptik	$\omega$	Winkel zwischen $\Omega$ und Perihel
$\varepsilon$	Elongation (Vorsicht, das ist der gleiche Buchstabe $\epsilon$ , nur anders geschrieben)	$\tilde{\omega}$	Perihellänge
<b>F</b>		<b>P</b>	
F	Brennpunkt	<i>p</i>	Impuls; Druck
<i>F</i>	Kraft	P	Perihel, Periapsis
<i>f</i>	Brennweite (Optik); lineare Exzentrizität (Bahnellipse)	<i>P</i>	Leistung; Druck
<b>G</b>		$\Pi$	Parallaxe
<i>G</i>	Newtonsche Gravitationskonstante	$\psi$	Periheldrehung; Nutation
<b>H</b>		<b>R</b>	
<i>h</i>	hora (Stunde, Maßeinheit)	<i>R</i>	Radius
<i>h</i>	Stunde als Winkelmaß oder Zeitmaß	<i>r</i>	Radius (Bahn)
<i>h</i>	Plancksches Wirkungsquantum; Höhe (Winkel)	$\rho$	Dichte
		<b>S</b>	
		S	Süden (Richtung)
		<i>s</i>	Sekunde als Winkelmaß oder Zeitmaß

<b>T</b>		$\rightarrow$	Vektor $\vec{x} \dots$
$T$	absolute Temperatur; Periodendauer	$\hat{\phantom{x}}$	Einheitsvektor $\hat{x} = \vec{x}/ \vec{x} $
$t$	Zeit; Stundenwinkel	$\circ$	Grad (Winkel)
<b>V</b>		'	Minuten (Winkel)
$V$	Volumen; Vergrößerung	"	Sekunden (Winkel)
$v$	Geschwindigkeit	$\odot$	Sonne
<b>W</b>		$\Upsilon$	Frühlingspunkt (Widder)
$W$	Westen (Richtung)	$\text{♁}$	Merkur
<b>X</b>		$\text{♀}$	Venus
$x$	kartesische Ortskoordinate	$\text{♁}$	Erde
<b>Y</b>		$\text{♂}$	Mars
$Y$	Jahreslänge	$\text{♃}$	Jupiter
$y$	kartesische Ortskoordinate	$\text{♄}$	Saturn
$v$	wahre Anomalie	$\text{♅}$	Uranus
<b>Z</b>		$\text{♆}$	Neptun
$Z$	Zeitgleichung	$\text{♇}$	Pluto
$z$	Zenitdistanz (Winkel); kartesische Ortskoordinate	$\text{☾}$	Mond
<b>Symbole</b>		$\Omega$	aufsteigender Knoten (Bahn im Sonnensystem)
$\dot{\phantom{x}}$	$\dot{x} = dx/dt$	$\text{♁}$	absteigender Knoten
$\ddot{\phantom{x}}$	$\ddot{x} = d^2x/dt^2$	$\text{♁}$	Opposition
		$\text{♁}$	Konjunktion
		$\triangle$	Dreieck; Trigon (Aspekt)
		$\square$	Quadratur (Aspekt)
		$\times$	Sextil (Aspekt)